

МИНИСТЕРСТВО НА ОТБРАНАТА

НВУ 'В. ЛЕВСКИ'

Факултет „Артилерия, ПВО и КИС”



РАЗМИТИ МНОЖЕСТВА

ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА

Маргарита Василева

2008

Учебното пособие разглежда актуална и значима тема, свързана с теорията и практиката на разработване на размити модели в неструктурирани области. Като теоретична основа на методите и моделите на изкуствения интелект, теорията на размитите множества има важно практическо значение и е необходима за пълноценната подготовка на обучаемите в областта на размитото моделиране.

Предназначено е за обучение на студенти и курсанти в образователно-квалификационна степен “бакалавър” и „магистър” по специалностите: “Компютърни системи и технологии” и „Компютърна техника и технологии”. Поради тясната връзка с практиката на размитото моделиране, може да се използва и за подготовка на дипломанти и докторанти, които разработват модели в условията на неопределеност.

ISBN 978 - 954 - 9681 - 33 - 8

МАРГАРИТА ВЛАДИМИРОВА ВАСИЛЕВА

ШУМЕН, 2008 г.

СЪДЪРЖАНИЕ

ПРЕДГОВОР.....	5
ИЗПОЛЗВАНИ СЪКРАЩЕНИЯ.....	10
ТЕОРИЯ НА РАЗМИТИТЕ МНОЖЕСТВА	11
1. ТЕОРИЯ НА РАЗМИТИТЕ МНОЖЕСТВА.....	12
ПРАКТИКА НА РАЗМИТОТО МОДЕЛИРАНЕ.....	53
1. РАЗМИТА СИСТЕМА ЗА НАПОЯВАНЕ.....	54
2. РАЗМИТ МОДЕЛ ЗА МЕДИЦИНСКА ДИАГНОСТИКА.....	66
3. ПЕДАГОГИЧЕСКА ДИАГНОСТИКА. РАЗМИТА ИНТЕРПРЕТАЦИЯ НА РЕЗУЛТАТИ ОТ КРИТЕРИАЛНО ОРИЕНТИРАНО ТЕСТИРАНЕ.....	102
4. ТЕХНИЧЕСКА ДИАГНОСТИКА И РАЗМИТИ МНОЖЕСТВА... 	120
ЛИТЕРАТУРА.....	128

ПРЕДГОВОР

"През един ден аз разбрах, че науката не се развива в правилната посока. Не помня точно деня, но добре помня този момент. Богът на двайсетото столетие престана да бъде Бог..."

Барт Коско във „Fuzzy Thinking”

Теорията на размитите множества (fuzzy sets) и свързаната с нея размита логика (fuzzy logic), обявена за „трета вълна на интелектуалното програмиране [14, 15, 16, 16] е създадена от световно известния американски учен Лютфи Заде (Lotfi Zadeh). В серия работи в периода 1965 - 1973 год. Заде излага основите на теорията, въвежда понятията размита и лингвистична променлива и обосновава възможността за използване на размитата логика като формален апарат за моделиране на неточни, неопределени, качествено зададени твърдения и умозакljučения.

Световната научна общност приема новата теория противоречиво. Някои учени приемат названието fuzzy - неясен, мъгляв, неточен, за твърде рекламно и предлагат по-точното - „непрекъснатата логика”. Многозначителен е фактът, че през 1989 г. Националният научен фонд на САЩ обсъжда изключването на „fuzzy logic” от вузовските програми, а на следващата година Комитета по контрол на износа (COCOM) внася в списъка на критически важните технологии за отбрана изделията, в които се използват размити механизми.

Независимо от съпътстващите проблеми, работите на Заде създават ново научно направление и оказват огромно влияние върху съвременната наука.

Допускайки, че принадлежността на елемент към множество може да се изменя плавно от абсолютна непринадлежност до абсолютна принадлежност, Заде противопоставя на класическата, точна математика размитата математика, като по-адекватен формализъм за моделиране на реалния свят. Аналогично, на двоичната логика на Аристотел, Заде противопоставя размитата логика, в която твърденията могат да имат континуална степен на истинност от абсолютно неверни до абсолютно верни.

Исклучително динамичното развитие на това ново научно направление, изразено в многобройни публикации, книги, научни конференции, конгреси, работни срещи и др. създава предпоставки за нововъведения в теоретичен и практически аспект.

Мамдани [33], заедно с група студенти, създава първото практическо приложение на новата теория - размит контролер за управление на парен котел и полага началото на промишленото и използване.

От началото на 80-те години в Япония и САЩ започват да се разработват секретни проекти за използване на размитата логика във военната промишленост. Впечатляващ резултат е създаването на управляващ микропроцесор (fuzzy chip) за решение на известната от „изследване на операциите“ задача за „лисицата и заека“ (друго наименование - „задача за кучето и котката“), традиционно решавана чрез система от диференциални уравнения.

Японското правителство финансира 5-годишна програма по размита логика, която включва 19 проекта за размито моделиране на земетресения, оценка на глобалното замърсяване, управление на енергоизточници, предприятия и др.

В началото на 90-те години промишлените гиганти на САЩ Motorola, General Electric, Otis Elevator, Pacific Gas & Electric, Ford,

IBM и др., започват да инвестират в разработка на изделия, използващи размита логика. В резултат на крупните инвестиции се създават многобройни технически и промишлени разработки, базирани на размити механизми за управление: електролокомотиви, бойни вертолети, автомобили, видеокамери, климатици, прахосмукачки, перални машини, фризери и др.

Барт Коско, един от класиците на размитата логика доказва знаменитата FAT - теорема (Fuzzy Approximation Theorem) за пълнотата на размитата логика [32], от която следва, че двоичната логика е частен случай на размитата. Коско изследва връзката на размитата логика с невронните мрежи и е създател на размитите когнитивни модели (Fuzzy Cognitive Maps), на които се базират много съвременни системи за динамично моделиране в политиката, бизнеса, финансите. Същият шокира представителите на класическата наука, обявявайки двоичната логика за съдбоносна грешка на античната цивилизация. Мария Земанкова (Maria Zemankova-Leech) и други учени поставят основите на теорията на размитите СУБД, способни да оперират както с количествени, така и с качествени данни и способни да обработват неточни въпроси. Експертите на японската банка Yamaichi създават размита система за операции с корпоративни ценни книжа, а на Fuji Bank - размита експертна система за „on line” действия на пазара на ценни книжа.

Днес размитата логика се използва масово като средство за формализация на неопределености в много програмни пакети за анализ на кризисни ситуации, политическата обстановка, финансовите пазари и др. в условията на сложност, многомерност, времекритичност, неопределеност и непредсказуемост.

Учебното пособие “Размити множества. Теория и практика” има за цел да запознае студентите с фундаменталните понятия на теорията на размитите множества и приложението и за формализация на неопределености и размито моделиране на различни практически задачи. Като едно от водещите направления на изкуствения интелект, теорията на размитите множества е необходима за пълноценната подготовка на специалисти в областта на компютърните науки.

Пособието е разработено в съответствие със съдържанието на учебните програми по дисциплините „Дискретни структури” и „Съвременни информационни технологии”, но обхваща значително по-голям теоретичен материал и практически примери за построяване на размити модели. Включва съдържание, предговор, две части и използвана литература.

Материалът обхваща следната тематика:

Част 1: „Теория на размитите множества” се разглеждат елементи от теорията на размитите множества, които предоставят формализиран апарат за описание на модели в условията на неопределеност. Разгледани са основните понятия, начините за задаване и операциите върху размити множества, въведени са понятията за размита и лингвистична променлива като средство за формализация на качествени понятия. В края на главата са описани основните методи за построяване на функции за принадлежност към размити множества.

Част 2: разглежда практиката за разработване на размити модели на основата на няколко реални задачи, решавани в условията на неопределености от различен тип: задача на медицинската диагностика, задача на педагогическата диагностика, задача за напояване и др. За всяка от задачите са дадени основните

етапи на разработка: анализ, формализация и построяване на математически модел със средствата на теорията на размитите множества. Анализирани са възможностите за разработка на автоматизирани системи.

В заключение искам да благодаря на рецензентите доц. д-р Иван Цонев от Шуменския университет „Еп. К. Преславски” и доц. д-р Стоянка Моллова от Бургаския свободен университет за оказаното доверие и любезното им съдействие.

Маргарита Василева

ИЗПОЛЗВАНИ СЪКРАЩЕНИЯ

АСУ - автоматизирана система за управление

БД - база данни

БЗ - база знания

ЕС - експертна система

ИИ - изкуствен интелект

ЛП - лингвистична променлива

ЛВР - лице, вземащо решение

МД - медицинска диагностика

ПД - педагогическа диагностика

ПВР - процес на вземане на решение

РМ - размито множество

РЛ - размита логика

РП - размита променлива

РС - размита система

СП - степен на принадлежност към РМ

TRM - теория на размитите множества

ТД - техническа диагностика

ФП - функция на принадлежност

часть

1

**ТЕОРИЯ НА РАЗМИТИТЕ
МНОЖЕСТВА**

1. ТЕОРИЯ НА РАЗМИТИТЕ МНОЖЕСТВА

1.1. Моделиране в условията на неопределеност

Решаването на реални задачи е свързано с формализация на обекта или системата и прилагане на абстрактен метод за търсене на решение върху построения математически модел. Процесът на решение неминуемо се съпровожда с голяма степен на абстракция, на идеализация на реалните обекти и явления, които често се оказват твърде сложни, за да се вместят в тесните рамки на традиционната логика, в която централна роля играят точните, строги, количествени разсъждения.

В същото време експертите в дадена област са способни да намират оптимални, или близки до оптималните решения, независимо от сложността на задачата, големия брой решения, непълнотата на входните данни, неточността на критериите и др., произтичащи от неизчерпаемата сложност на реалния свят.

Анализът на мисловния процес на експерта в процеса на вземане на решение ни дава възможност да заключим, че човешкото мислене е способно да работи в условията на неопределеност, неточност от различен характер, да използва размити понятия и методи на разсъждение и да взема правилни решения в размита информационна среда.

Опит за преодоляване на тези противоречия е създаването на теорията на размитите множества на Заде [10]. Тя възниква като реакция на неудовлетвореност от методите на класическата математика, която принуждава специалистите да прибегват до изкуствена точност, неуместна при много реални задачи.

Използваните в практиката подходи за формализация на задачи, чието решение протича в условията на неопределености от различен тип, можем условно да разделим на две групи:

Първата група методи са свързани с подтискане влиянието на неопределеностите (филтрация, изглаждане на изходната информация, усредняване, възстановяване на липсващите данни, интерполиране, екстраполиране и др.) и използване на обичайните детерминирани алгоритми.

Вторият подход предполага използване на специални алгоритми – стохастически, размити, интервални и др., отразяващи спецификата на неопределеностите, присъщи на разглеждания клас.

Използването на методи на точната математика е съпроводено от изкуствено въведена точност на всеки етап от решението, което намалява съответствието на модела към реалния обект.

Анализът на реално действащи системи показва, че грешките в решението се получават в резултат от наслагване на:

- грешки в изходните данни- 82-84%,
- грешки на модела - 14-15%,
- грешки в метода на решение (числения метод) - 2-3%.

Следователно, много съществена част от грешките се дължат на грешки в изходните данни. И ако за отделен експеримент, за дадена научноизследователска работа е възможно да се осигурят точни, пълни и непротиворечиви данни, то интуитивно е ясно, че това е невъзможно в реално действащите, сложни, йерархични административни, социални, технологични и др. системи. Усложняването на математическия модел, свързано с увеличение на броя на отчитаните съществени параметри, определено ще

намали грешката, внасяна от модела. Но при големи размерности на модела съществено се увеличават грешките, присъщи на използваните аналитични или числени методи, нараства обема на входната информация и съответно времето за решение, което може да стане неприемливо, особено в случаите на наличие на експоненциална зависимост от дължината на входа.

Тези, присъщи на конвенционалните подходи противоречия могат да се преодолеят чрез използване на моделите и методите на изкуствения интелект, насочени към решаване на сложни и неформализирани задачи на основата на предоставени от експерти професионално-ориентирани знания. Съществено тяхно преимущество е възможността да отчитат присъщите на реалните данни неопределености, както и специфичните за човешкото мислене особености в процеса на вземане на решения.

1.2. Видове неопределености в реалните задачи

Сложността на реалните системи и явления поставя редица проблеми при опитите за конструиране на съответните модели. Тези проблеми са свързани с неопределеностите, които са неизбежни при описание на многообразието и неизчерпаемата сложност на реалния свят.

Анализът на информационното осигуряване и процеса на вземане решение на практически задачи¹ показва, че са му присъщи неопределености от следния тип:

- неопределености, свързани с описанието на задачата;
- неопределености, свързани входните параметри;
- неопределености, свързани с критериите за избор;

¹ Василева М. В. Моделиране в условията на неопределеност. Видове неопределености в реалните задачи за оценка на ресурси. Научна сесия на НВУ “В. Левски”. Сборник доклади. Шумен, 2000

- неопределености, свързани с процеса на вземане на решение, които ще се опитаме да опишем при максимална степен на общност.

1.2.1. Неопределености, свързани с описанието на задачата

Описанието на реални задачи свързано с неопределености от следния вид:

- лингвистична неопределеност (нееднозначност, контекстуална зависимост) присъща на говоримите езици;
- размитост, поради неформалност на описанието и използване на качествени понятия;
- неопределеност, поради невъзможност от пълно и точно описание на много физически обекти и ситуации и др.

1.2.2. Неопределености, свързани с входните параметри

- **физическа неопределеност;**

Свързана е с неточност на измерванията, грешки на наблюденията, ограничена точност на измервателната апаратура и др. Следва от невъзможността от измерване на реални величини с произволна степен на точност; технически грешки на уредите; закръгляне на резултатите; принципни ограничения върху точността при извършване на сензорни и перцептивни действия; грешки при наблюдения (например, при определяне общото състояние на ресурса); използване на цветни скали при определяне стойностите на медицинските показатели, които дават приблизителен, а не точен резултат (например тестовете за определяне на захар в кръвта, захар в урината, ацетон, билирубин и мн. други); зрителни измами при разчитане на снимки и др.

- **непълнота, незнание, липса на данни;**

Възниква в случай, че са събрани не всички възможни данни, свързани със задачата. Причините за това могат да бъдат обективни (липса на определена апаратура, ограничения във финансирането и др.) и субективни (пропуск на административното лице, подготвящо данните).

- недостатъчност на данните;

Събрани са всички възможни данни, но те не са достатъчни за решение на задачата. Обикновено е свързана с неправилно задаване на критериите за избор, поради ограниченото експертно знание в дадената област.

- недостоверност на данните;

В случай, че липсват гаранции за истинност, правилност на данните. Причините могат да бъдат както грешки, така и недобросъвестност, недобронамереност при тълкуване на ситуации, умишлена подмяна на резултати и др.

- недоопределеност на данните;

Възниква в случай, че за някои признаци са известни не точните им стойности, а само множествата, към които тези стойности принадлежат.

- размитост като форма за изразяване на качества на обектите;

Свързана е с използване на качествени скали за оценка на параметри, признаци, невъзможност от точното определяне на "нормалните граници" за изменение на някои медицински показатели и др.

- противоречивост на данните;

Противоречиви данни могат да се получат при използване на различни източници или средства при събиране на данни, противоречиви експертни оценки на качествата на обектите и др.

1.2.3. Неопределености, свързани с критериите за избор

- размитост на критериите;

Дължи се на използване на качествени стойности на критериите, свързани с лингвистични променливи от висок ред, на които е трудно да се съпоставят количествени стойности (например общо състояние - без особености, зрение - нормално, красив, умен, добре сложен и т.н.). В много практически ситуации критериите допълнително се размиват [26] чрез задаване на :

- квалификатори - за определяне количествени и качествени характеристики на понятията, например млад, добър и др.
- квантификатори - за въвеждане на количествени и качествени мери на понятията като силно, слабо, добро и т.н.
- модификатори - за уточняване на свойствата на понятията - много, малко, пренебрежимо малко и др.;
- използване на логически връзки и, или, не;
- изкуствено усложняване на критериите, например “ръст не по-нисък от 165”, вместо “ръст \geq 165” и др.

- неадекватност на критериите;

В случай, че експертно зададените критерии не отговарят на целите на реалната задача. Възниква при некомпетентност на експертите, недостатъчно познаване на предметната област, невъзможност за систематизиране на голям обем разнородна информация и др.

- недостатъчност на критериите;

Критериите не са достатъчни за получаване на необходимото решение. Ситуацията е свързана с недостатъчното експертно знание в дадената област.

- **неточност, неясност, нееднозначност на критериите;**

Поради това, че критериите се описват лингвистично, на говорим език, при интерпретацията им могат да възникнат неясноти, неточности, нееднозначности, свързани със субективното им тълкуване от лицето, вземащо решение (ЛВР), контекстуалната зависимост, присъща на говоримите езици и др.

1.2.4. Неопределености, свързани с процеса на вземане на решение

В най-общ план процеса на вземане на решение (ПВР) се съпровожда от:

- **нееднозначност**, като следствие от индивидуалността и субективността на ЛВР;
- **размитост или неясност** в процесите на мислене и умозаклучение;
- **лингвистична неопределеност** на професионалния език на експертите;
- **нееднозначност на решението;**

Произтича от голямата размерност на пространството на състоянията, което не може да бъде обхванато и осмислено практически. Различни ЛВР могат и получават различни допустими решения.

- **неясност**, вследствие на сложността и многообразието на изводите;
- **размито, лингвистично зададено или неточно заключение;**

Поради невъзможност на експерта да установи предпочитания в множества с големи размерности, в които обектите

се представят чрез голямо количество признаци, дефинирани върху числови и лингвистични скали.

Установявайки предпочитания в множеството от допустими решения, ЛВР оперира с информация във вид на размити понятия и отношения. Решението се получава в резултат от не поддаващи се на формализация операции, основани както на знанията в дадената предметна област, така и на опита, на интуицията, на различни евристики, на съображения от типа на "здравия разум". Обмяната на опит между специалистите е във вид на размити правила.

1.3. Теория на размитите множества. Същност

В практическите разработки на изкуствения интелект (ИИ) – експертните и основаните на знания системи се използват няколко основни подхода за формализация на неопределености:

- Бейсовска логика;
- Коефициентите на увереност на Шортлиф;
- Теорията на размитите множества и размитата логика на Заде.

Независимо от проблемите, свързани с теоретичната обосновка на първите два подхода, те притежават несъмнена евристична привлекателност и се използват с успех в много експертни системи (ЕС). За разлика от тях, теория на размитите множества (ТМ) и размитата логика (РЛ) на Заде ни предоставят формализиран апарат за работа с неопределености.

Правилото на Бейс (Smets, Kennes, 1994) е вероятностният подход към неточните разсъждения и предполага пресмятане на вероятността на хипотезата H при наличие на свидетелството "е" по формулата:

$$P(H:e) = \frac{P(e:H)P(H)}{P(e)}$$

Формулата на Бейс позволява последователно сумиране на свидетелствата от различни източници в полза на дадена хипотеза и дава възможност за комбиниране на неточни знания. **Използването и е свързано с пресмятане на априорни вероятности, за които обикновено липсва информация, определяне на репрезентативни извадки, пълно пространство на събитията и др. Всичко това създава определени трудности за приложение на Бейсовската логика за моделиране на реални задачи.**

Формализмът на Шортлиф предполага пресмятане на коефициент на увереност $KU \in [-1,1]$ в истинността на хипотезата H при наличие на свидетелството е по формулата:

$$KU[H:e] = MD[H:e] - MHD[H:e],$$

където $MD, MHD \in [0,1]$ са мяра за доверие и мяра за недоверие в истинността на хипотезата H съответно. При постъпване на ново свидетелство:

$$MD[H:e_1,e_2] = MD[H:e_1] + MD[H:e_2](1 - MD[H:e_1]),$$

което позволява съчетаване на новата информация с вече получените резултати. Схемата позволява описание на широк клас реални ситуации поради допускането, че не само данните, но и правилата могат да бъдат ненадеждни. Въпреки липсата на теоретична обосновка, дава добри резултати в системите MYCIN, EMYCIN, PUFF и др., където е използвана. **Предполага**

зависимост между отделните свидетелства в полза на дадена хипотеза.

Теорията на размитите множества представлява формален апарат за описание и анализ на сложни обекти и явления в условията на размита информация. Тя дава схема за решаване на проблеми, в които значителна роля за отчитане на факторите на неопределеност играе субективната оценка. Основната предпоставка на теорията се състои в това, че степента на притежание на субективно свойство от даден обект не се поддава на обективна оценка, или оценка от типа {да, не}, но допуска субективна интерпретация от по-общ характер.

Централно място в ТРМ заемат функциите за принадлежност, представляващи субективна мяра за съответствие на обект от дадено множество обекти, към понятие, смисълът на което се формализира чрез размито множество.

За съжаление, теорията на Заде не предоставя формален метод за построяване на функциите за принадлежност. Те се задават извън теорията и тяхната адекватност не може да бъде оценена със средствата на самата теория.

Привлекателността на подхода се състои в това, че моделите, в които се използват размити формализми за моделиране на човешките разсъждения, които по своята природа са по-скоро приблизителни, отколкото точни, дават по-добра **познавателна имитация** от моделите, в които се използват традиционни методи.

Не случайно, в много научни разработки, построяването на модели на приближени разсъждения и използването им в компютърните системи се разглежда като “един от най-важните проблеми на съвременната наука”.

Теоретичната обосновка на приложимостта на размити формализми за моделиране на задачи от разглеждания клас се базира на два фундаментални резултата в ТРМ и РЛ. Първият е на Wang P.P., който през 1992 год. доказва следната теорема [8]:

За всяка реална непрекъсната функция $G(x)$, дефинирана върху компакта U и за произволно $\varepsilon > 0$, съществува размита експертна система, формираща изходна функция $F(x)$, такава че:

$$\text{Sup}_{x \in U} \| F(x) - G(x) \| \leq \varepsilon$$

Вторият резултат, известен като теорема за размитата апроксимация (FAT – Fuzzy Approximation Theorem) е на Kosko B [31], който през 1993 год. доказва следното:

Всяка математическа система може да бъде апроксимирана със система, базирана на размита логика.

Предимствата на методите, базирани върху ТРМ, се оценяват в две основни насоки:

- От една страна се базират върху идеята за размитост (неясност, неточност, неистинност, недостатъчност, противоречивост) на входните данни, което е напълно адекватно на реалните ситуации;
- От друга страна дават възможност за формализация и теоретична обосновка на неясните, неточни, размити човешки разсъждения в процеса на вземане на решения.

Обосновавайки приложимостта на ТРМ и РЛ за моделиране на приближени разсъждения на човека при вземане на решения в условията на неопределеност Заде казва: **”Смятам, че излишният стремеж към точност започна да оказва действие, свеждащо до**

нула теорията на управлението и теорията на системите, тъй като води до това, че изследванията в тази област се съсредоточават на тези и само тези проблеми, които се поддават на точно решение. В резултат много класове важни задачи, в които данните, целите и ограниченията са твърде сложни или лошо определени, за да допускат точен математически анализ, оставаха и продължават да остават встрани по тази причина, че не се поддават на математическа трактовка. За да направим нещо съществено за проблеми от подобен род, трябва да се откажем от нашите изисквания за точност и да допуснем резултати, които се явяват в известна степен размити или неопределени”.

Теорията на Заде е удобен инструмент за описание и изследване на сложни обекти и системи, което обуславя практическото и използване в най-различни области, някои от които са: теория на формалните езици и граматика, теория на алгоритмите, логика, разпознаване на образи, изкуствен интелект, оптимално управление, вземане на решения, лингвистика, медицинска диагностика, психология, социология, икономика и др.

На различни аспекти от теорията на размитите множества в световната литература са посветени множество публикации. За съжаление, работите, в които детайлно са описани конкретни процедури за вземане на решения с използване на размити категории са твърде не многочислени.

Основните направления за теоретични изследвания и практическо приложение на TRM и РЛ са дадени в [35, 37, 41].

Постижения в теоретичен аспект са:

– Размити системи за управление на бази данни (Fuzzy Relational Data Bases - Maria Zemankova - Leech, 1984), способни за

поддържат както количествени, така и качествени атрибути и да манипулират с неточни данни и неточно зададени въпроси.

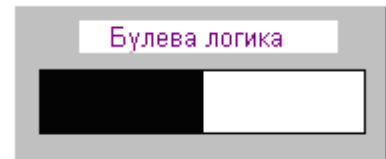
– Размити експертни системи (Chizuko Yasunobu - размита система за манипулации на пазара на ценни книжа на Fuji Bank, размита система за управление на крайградските влакове на японския град Сендай), базирани на размити правила и (функции за принадлежност).

– Размити когнитивни системи [FCM – Fuzzy Cognitive Maps, Bart Kosko] – базирани на знания системи, манипулиращи с размити данни. Мощният апарат на FCS е получен чрез сливане на две научни направления: размита логика и системна динамика (system dynamics). Моделите се представят чрез ориентирани графи, върховете на които изобразяват събития или ключови елементи на ситуацията, а дъгите – причинно-следствените връзки между тях. Съществено е, че параметрите на модела могат да се задават както чрез точни количествени стойности, така и чрез размити качествени съотношения. Особено ефективно е приложението им при моделиране на финансови, социални и политически ситуации (президентските избори в Русия през 1996 год., размит модел на системата за здравеопазване и социално осигуряване в Англия, NHS - National Health Service).

Успоредно с хардуерните разработки се създават и базирани на размита логика софтуерни приложения за управление на инвестициите, прогнозиране във финансовата, икономическата и политическа сфера, медицинска и промишлена диагностика, мониторинг, оценка на риска, оценка на замърсяването на атмосферата, предсказване на земетресения, управление на запасите, моделиране на социални и политически ситуации и др.

1.3.1. Основни понятия

Основен принцип в класическата теория на множествата е това, че определен елемент може или да принадлежи, или да не принадлежи на дадено множество. Например, ако понятието „горещ“ е свързано с температури $\geq 80^\circ \text{F}$, то температурите 79.9 и 80.1 принадлежат на два различни класа.



В ТРМ Заде се отказва от този принцип и въвежда понятието функция на принадлежност (Membership function) [38], аналогична на понятието характеристична функция, но приемаща стойности в интервала $[0,1]$. ФП е изчерпваща характеристика и единствено възможно средство за описание на РМ, поради което, от формална гледна точка не е необходимо да се прави разлика между тях.

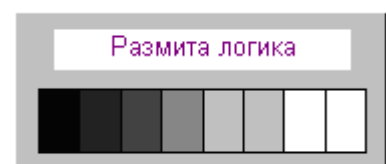
Нека X е множество с елементи $x \in X$ и нека A да е подмножество на X , съдържащо елементи, които притежават някакво свойство p . Ако характеристичната функция $\mu_A(x)$ приема стойности в интервала $[0,1]$, то за елементите $x \in X$ по отношение на свойството p са възможни следните случаи:

$\mu_A(x)=0$ -не притежава свойството p

$\mu_A(x) \in (0,1)$ -притежава p в някаква степен

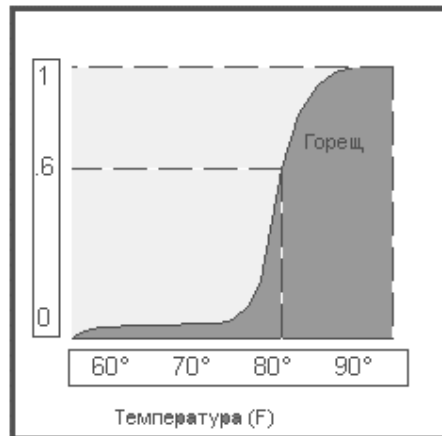
$\mu_A(x)=1$ -напълно притежава p

По такъв начин Заде допуска плавно изменение на принадлежността на елемент към множество от абсолютна непринадлежност до абсолютна принадлежност, което позволява адекватно моделиране на реални обекти.



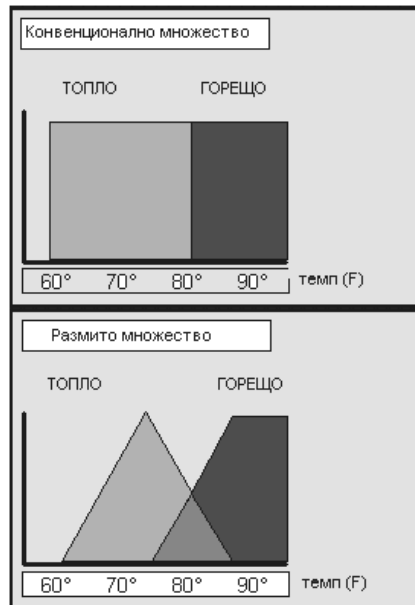
Определение: Съвкупността от всички двойки $(x, \mu_A(x))$, за които $x \in X$, а $\mu_A(x)$ е функция, дефинирана върху X и приемаща стойности в интервала $[0,1]$ се нарича размито множество A над множеството X .

Функцията $\mu_A(x):X \rightarrow [0,1]$ се нарича функция на принадлежност, а множеството от стойности, които тя приема - множество на принадлежност. Множеството X се нарича базово множество или универсум, а стойността на $\mu_A(x)$ - степен на принадлежност на елемента x към РМ A (фиг. 1.1).



Фиг. 1.1. Функция за принадлежност към размитото множество „горещ“

На фигурата е дадено базовото множество на допустимите температури $[60^\circ, 90^\circ]$, експертно зададения графичен вид на функцията на принадлежност към РМ „горещ“ и степените на принадлежност по ординатата. Температурата от 80° F принадлежи на размитото множество „горещ“ със степен на принадлежност 0.6, т.е. $\mu_{\text{горещ}}(80^\circ) = 0.6$. Разликата между конвенционалния и размит подход в моделирането се вижда на фиг. 1.2.



Фиг. 1.2. Конвенционални и размити множества

Размитото множество A над X се задава по един от следните начини:

$$A = \{x \in X: \mu_A(x)\},$$

$$A = \{x_1/\mu_A(x_1), \dots, x_i/\mu_A(x_i), \dots, x_n/\mu_A(x_n)\},$$

или таблично:

x_1	x_2	...	x_i	...	x_n
$\mu_A(x_1)$	$\mu_A(x_2)$...	$\mu_A(x_i)$...	$\mu_A(x_n)$

където $x_1 \dots x_n$ са елементи на X , а $\mu_A(x_i)$ е степен на принадлежност на елемента x_i към РМ A .

Разглежданите до сега размити множества Заде нарича размити множества от тип 1.

Освен това, Л. Заде разглежда размити множества, чиито функции на принадлежност са размити множества над интервала $[0, 1]$ и ги нарича размити множества от тип 2. Обобщавайки тези

разсъждения Заде дава следното определение за размити множества:

Размито множество от тип n , $n = 1, 2, 3, \dots$ е размито множество, чиято функция на принадлежност е размито множество от тип $n-1$. Функцията на принадлежност на размито множество от тип 1 приема стойности в интервала $[0, 1]$.

Празно размито множество се нарича размитото множество A над X , за което $\mu_A(x) = 0$ за всяко $x \in X$. Означава се с 0 .

Универсално размито множество се нарича размитото множество A над X , за което $\mu_A(x) = 1$ за всяко $x \in X$. Означава се с U .

Носител на размито множество A над X се нарича обикновено множество $\{x: x \in X, \mu_A(x) > 0\}$. Означава се с $\text{supp } A$.

Размитото множество A над X се нарича **нормално**, ако съществува $x \in X$, за който $\mu_A(x) = 1$. Ако едно размито множество A над X не е нормално, то се нарича субнормално.

Нека A и B са две размити множества над X .

Размитото множество A над X се нарича **подмножество** на размитото множество B над X , ако $\mu_A(x) \leq \mu_B(x)$ за всяко $x \in X$. Означава се с $A \subseteq B$.

Размитите множества се наричат **равни**, $A = B$, ако $\mu_A(x) = \mu_B(x)$ за всяко $x \in X$. Ако A и B не са равни, те се наричат различни. Означава се с $A \neq B$.

Ниво α на размитото множество A над X ще наричаме обикновено множество A^α , чиито елементи са от X и степента им на принадлежност към A не е по-малка от α , т.е.:

$$A^\alpha = \{x : x \in X, \mu_A(x) \geq \alpha\}$$

1.3.2. Операции върху размити множества

В съответствие с операциите над обикновени множества, въвеждаме операциите допълнение, сечение, и обединение на размити множества. Аксиоматичното им задаване дава възможност да се дефинират по различен начин в реалните задачи, за да могат най-точно да отразят разнообразната семантика на логическите връзки “и”, “или”, “не” в практиката.

Определение: Ако X е универсум, а A е размито множество над X , то допълнението с представлява функция:

$$c : [0,1] \rightarrow [0,1]$$

такава, че допълнението \bar{A} на размито множество A се задава във вида:

$$\mu_{\bar{A}}(x) = c(\mu_A(x)) \text{ за всяко } x \in X.$$

За да се съхранят интуитивните представи за допълнение, на операцията с се налагат следните ограничения:

1. $c(0) = 1$ и $c(1) = 0$, което е аналогично на класическия случай.

2. c - трябва да е строго намаляваща функция, т.е. ако при прехода от елемента x към елемента x' функцията на принадлежност към размитото множество A нараства, то функцията на принадлежност към допълнението \bar{A} трябва да намалява.

3. c - инволюция, т.е. двойното отрицание е равно на твърдението.

Определение: Обединението на размитите множества A и B над X се задава чрез функцията:

$$u : [0,1]^2 \rightarrow [0,1]$$

такава, че:

$$\mu_{A \cup B}(x) = u(\mu_A(x), \mu_B(x)), \text{ за всяко } x \in X.$$

Определение: Сечението на размитите множества A и B над X се задава чрез функцията:

$$i : [0,1]^2 \rightarrow [0,1]$$

такава, че:

$$\mu_{A \cap B}(x) = i(\mu_A(x), \mu_B(x)), \text{ за всяко } x \in X.$$

При дефиниране на операциите обединение и сечение на РМ стремежът е да се съхранят свойствата на обичайните операции обединение и сечение. На практика обаче, при задаването на u и i имаме възможност или да съхраним закона за изключеното трето и закона за непротиворечивост, като пренебрегнем свойствата идемпотентност и дистрибутивност, или да съхраним свойствата идемпотентност и дистрибутивност, като пренебрегнем закона за изключеното трето и закона за непротиворечивост. Поради това ще формулираме следните изисквания за определяне на операциите обединение и сечение на размити множества:

1. Съвпадение с операциите обединение и сечение на обикновени множества

$$u(0,1) = u(1,0) = u(1,1) = 1, u(0,0) = 0$$

$$i(0,0) = i(0,1) = i(1,0) = 0, i(1,1) = 1;$$

2. Комутативност:

$$u(x,y) = u(y,x)$$

$$i(x,y) = i(y,x)$$

3. Асоциативност:

$$u(x,u(y,z)) = u(u(y,x),z)$$

$$i(x,i(y,z)) = i(i(y,x),z);$$

4. Изпълнение на законите на де Морган: съществуване на допълнение с такова, че:

$$c(u(x,y)) = i(c(x),c(y))$$

$$c(i(x,y)) = u(c(x),c(y));$$

Удовлетворяването на това условие дава възможност за замяна на операциите u и i .

5. Съществуване на неутрален елемент:

$$u(x,0) = x \quad (AU0 = A)$$

$$i(x,1) = x \quad (A \cap X = A)$$

6. Монотонност на u и i , т.е., ако елементът x принадлежи на размитите множества A и B със степен по-малка от елемента x' , то не може x да принадлежи на обединението $A \cup B$ или на сечението $A \cap B$ със степен по-голяма от тази на x' .

7. Непрекъснатост на u и i . Това условие има технически характер.

1.3.3. Операции на Заде

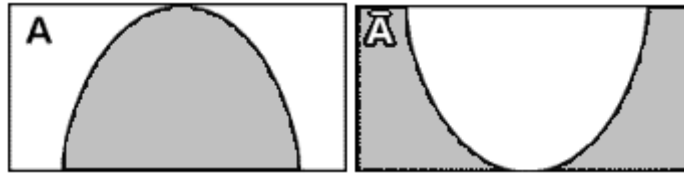
Заде предлага операциите допълнение, сечение, и обединение върху размити множества да се дефинират по следния начин

Нека A , B и C са размити множества над X .

Определение: Допълнение на размитото множество A над X ще наричаме размитото множество B над X , ако:

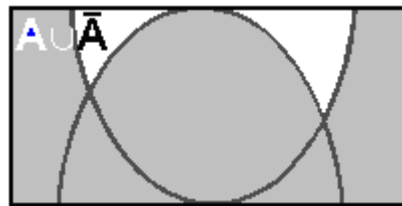
$$\mu_B(x) = 1 - \mu_A(x) \text{ за всяко } x \in X.$$

Означава се $B = \bar{A}$



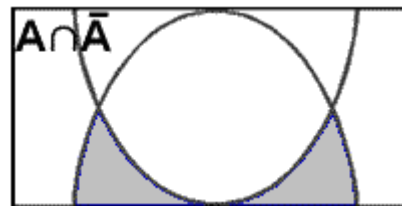
Определение: Обединение на размитите множества A над X и B над X ще наричаме размито множество C над X , ако:

$$\mu_C(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x)) \text{ за всяко } x \in X. \text{ Означава се } C = A \cup B.$$



Определение: Сечение на размитите множества A над X и B над X ще наричаме размито множество C над X , ако:

$$\mu_C(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)) \text{ за всяко } x \in X. \text{ Означава се } C = A \cap B.$$



Мини-максните операции на Заде дават добри резултати, ако РМ са дефинирани върху един и същ универсум. В практиката обаче се налага да се извършват операции върху РМ, свързани с различни универсуми, за които операциите на Заде са неприложими.

1.3.4. Триъгълни норми и конорми

Един от подходите за построяване на обобщени оператори за сечение и обединение е задаването им в класа на триъгълните норми и конорми.

Триъгълна норма (Т-норма) се нарича функцията:

$$T:[0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1],$$

удовлетворяваща следните условия:

1. ограниченост

$$T(0,0)=0 \quad T(1,\mu_A)=T(\mu_A,1)=\mu_A$$

2. монотонност

$$T(\mu_A,\mu_B) \leq T(\mu_C,\mu_D) \text{ ако } \mu_A \leq \mu_C, \mu_B \leq \mu_D$$

3. комутативност

$$T(\mu_A, \mu_B)=T(\mu_B,\mu_A)$$

4. асоциативност

$$T(\mu_A, T(\mu_B, \mu_C))=T(T(\mu_A, \mu_B), \mu_C)$$

Частни случаи на триъгълните норми са:

- $\min(\mu_A, \mu_B)$
- $\mu_A \cdot \mu_B$
- $\max(0, \mu_A + \mu_B - 1)$

Триъгълна конорма (Т-конорма) се нарича функцията:

$$T:[0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1],$$

удовлетворяваща следните условия:

1. ограниченост

$$T(1,1)=1 \quad T(0,\mu_A)=T(\mu_A,0)=\mu_A$$

2. монотонност

$$T(\mu_A, \mu_B) \geq T(\mu_C, \mu_D) \text{ ако } \mu_A \geq \mu_C, \mu_B \geq \mu_D$$

3. комутативност

$$T(\mu_A, \mu_B) = T(\mu_B, \mu_A)$$

4. асоциативност

$$T(\mu_A, T(\mu_B, \mu_C)) = T(T(\mu_A, \mu_B), \mu_C)$$

Частни случаи на триъгълните конорми са:

- $\max(\mu_A, \mu_B)$
- $\mu_A + \mu_B - \mu_A \cdot \mu_B$
- $\min(1, \mu_A + \mu_B)$

В практиката триъгълните норми се използват за моделиране на операцията сечение, а конормите – за моделиране на операцията обединение на размити множества. Изборът е експертен и зависи от семантиката на използваните в лингвистичните модели размити данни и умозаклучения.

1.3.5. Алгебрични операции над размити множества

Нека X е универсум, а A и B са РМ над X .

Алгебрична сума $A+B$ на РМ A и B се определя чрез следната ФП:

$$\mu_{A+B}(x) = \mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x)\mu_B(x), \text{ за всяко } x \in X.$$

Алгебрично произведение $A \cdot B$ на РМ A и B се задава чрез ФП:

$$\mu_{A \cdot B}(x) = \mu_A(x) \cdot \mu_B(x), \text{ за всяко } x \in X.$$

На базата на операцията алгебрично произведение се дефинира и операцията степенуване на РМ. Ако $\alpha \geq 0$, то A^α се задава чрез ФП:

$$\mu_A^\alpha(x) = (\mu_A(x))^\alpha, \text{ за всяко } x \in X.$$

Частни случаи на степенуване са:

- концентриране – $\text{CON}(A) = A^2$
- разтягане – $\text{DIL}(A) = A^{0.5}$

които се използват за моделиране на лингвистични неопределености.

Ако A_1, A_2, \dots, A_n са РМ над X_1, X_2, \dots, X_n съответно, то декартово произведение на размитите множества $A = A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$ се нарича РМ над $X = X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$ с ФП:

$$\mu_A(x_1, x_2, \dots, x_n) = \min(\mu_{A_1}(x_1), \mu_{A_2}(x_2), \dots, \mu_{A_n}(x_n)), \text{ за } \forall x_i \in X_i, \\ i=1, 2, \dots, n$$

1.4. Размити отношения

Нека $X = X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$ е Декартово произведение на базовите множества X_1, X_2, \dots, X_n с базови променливи x_i съответно, а L е множество на принадлежност.

Размито отношение се нарича размито множество R над X със стойности в L :

$$R: X \rightarrow L$$

При $n = 2$ и $L = [0, 1]$ размито отношение между множествата X и Y и се нарича функцията $R: (X, Y) \rightarrow [0, 1]$, която съпоставя на всяка двойка елементи (x, y) , стойността $\mu_R(x, y) \in [0, 1]$. Размитото

отношение $R: (X, X) \rightarrow [0, 1]$ се нарича размито отношение над X и се използва за моделиране на семантиката на отношения на сходство, подобие, близост, различие и други, подобни по смисъл лингвистични връзки между принадлежащи на един и същ клас обекти.

По аналогия с операциите върху РМ се дефинират и операции върху размити отношения. Нека R_1 и R_2 са размити отношения върху $X \times Y$.

Допълнение \check{R} на отношението R се нарича РМ над с ФП:

$$\mu_{\check{R}}(x,y) = 1 - \mu_R(x,y)$$

Обединението $R_1 \cup R_2$ на размитите отношения R_1 и R_2 се задава чрез ФП:

$$\mu_{R_1 \cup R_2}(x,y) = \mu_{R_1}(x,y) \vee \mu_{R_2}(x,y)$$

Сечение $R_1 \cap R_2$ на отношенията R_1 и R_2 се задава чрез ФП:

$$\mu_{R_1 \cap R_2}(x,y) = \mu_{R_1}(x,y) \wedge \mu_{R_2}(x,y)$$

Алгебрична сума $R_1 + R_2$ на отношенията R_1 и R_2 се задава чрез ФП:

$$\mu_{R_1 + R_2}(x,y) = \mu_{R_1}(x,y) + \mu_{R_2}(x,y)$$

Алгебрично произведение $R_1 \cdot R_2$ на отношенията R_1 и R_2 се задава чрез ФП:

$$\mu_{R_1 \cdot R_2}(x,y) = \mu_{R_1}(x,y) \cdot \mu_{R_2}(x,y)$$

Проекции на размити отношения се задават по следния начин:

Нека R е размито отношение над $X \times Y$, $R: X \times Y \rightarrow [0,1]$ с ФП:

$$\mu_R(x,y) = [0,1].$$

Проекция на R върху X (първа проекция) се нарича РМ R_1' над X с ФП:

$$\mu_{R_1'}(x) = \bigvee_y \mu_R(x,y)$$

Проекция на R върху Y (втора проекция) се нарича $PM R_2'$ над X с ФП:

$$\mu_{R_2'}(y) = \bigvee_x \mu_R(x,y)$$

$$\text{Величината } \bigvee_x \mu_{R_1'}(x) = \bigvee_y \mu_{R_2'}(y)$$

се нарича глобална проекция на R .

От своя страна проекциите R_1' и R_2' на R определят в $X \times Y$ размити отношения \check{R}_1' и \check{R}_2' с ФП съответно:

$$\mu_{\check{R}_1'}(x,y) = \mu_{R_1'}(x) \text{ за } \forall y \in Y$$

$$\mu_{\check{R}_2'}(x,y) = \mu_{R_2'}(y) \text{ за } \forall x \in X$$

\check{R}_1' се нарича цилиндрично продължение на R_1' , а \check{R}_2' – цилиндрично продължение на R_2' .

Нека:

$$R_1: (X,Y) \rightarrow [0,1]$$

$$R_2: (Y,Z) \rightarrow [0,1]$$

Композиция на размитите отношения R_1 и R_2 се нарича размито отношение над $X \times Z$, което се означава с $R_1 \bullet R_2$ и се задава със следната ФП:

$$\mu_{R_1 \bullet R_2}(x,z) = \bigvee_y (\mu_{R_1}(x,y) \wedge \mu_{R_2}(y,z))$$

1.5. Размити импликации

Ако A и B са PM над X и Y съответно, то под размита импликация “ако A , то B ” се разбира начинът на задаване на размитото отношение R върху $X \times Y$, който съществено зависи от

семантиката на лингвистично зададеното твърдение. Някои от използваните в литературата формализми за представяне на размити импликации чрез размити отношения и съответните им ФП са дадени в [19]. Проучването е направено от японските математици Танака, Фуками и Мидзумото, по късно проф. Золотухин от Новосибирската лаборатория по РМ провежда експерименти и дава насоки за използването им в практиката.

1.6. Размити и лингвистични променливи

Размитите и лингвистични променливи се използват за моделиране на размити понятия и обекти.

Размитата променлива α се задава с тройката (α, X, A) , където:

α е име на променливата;

X - дефиниционна област на α ;

A - размито множество, описващо ограниченията, налагани върху стойностите на α .

Лингвистичните променливи се задават чрез (β, T, X, G, M) , където:

β е име на лингвистичната променлива;

T е множество от стойности на ЛП, което се нарича терм-множество. Стойностите на ЛП са лингвистични терми. Всяка стойност на ЛП от T представлява име на РП, дефинирана върху универсума X .

X - дефиниционна област на β ;

G – съвкупност от правила за генериране на нови значения на ЛП на базата на термите от T . Ако $G(T)$ е множество от генерирани терми, то $G(T) \cup T$ се нарича разширено терм-множество на ЛП.

М – съвкупност от правила за преобразуване на всяко ново значение на ЛП, получено по правилата G, в размита променлива.

Например, ЛП <височина> може да се зададе по следния начин:

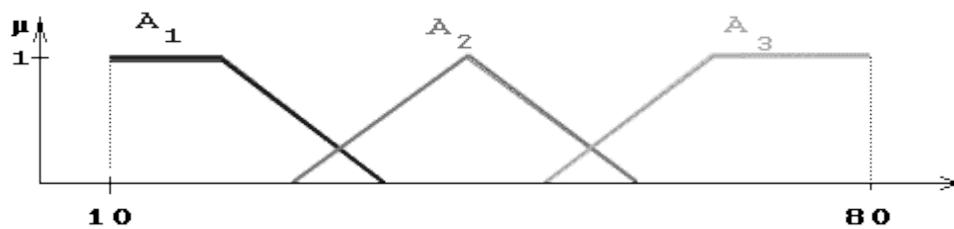
$$X = [0, 250]$$

$$T = \{\text{нисък, висок, среден}\}$$

G = {нови терми образуваме с помощта на логическите връзки „и“, „или“, „не“}

M = {“и” моделираме чрез операцията сечение „или” - чрез обединение, а „не” - чрез допълнение на PM}

ФП към термите задаваме по следния начин:



Фиг. 1.3. ФП към термите $A_1 = \{\text{нисък}\}$, $A_2 = \{\text{среден}\}$, $A_3 = \{\text{висок}\}$

1.7. Размити числа

Размитите числа намират голямо приложение за моделиране на размити множества, свързани с числов универсум. Въпросите по представянето и аритметиката на размити числа са детайлно и прецизно разработени в литературата, което облекчава използването им в практиката.

Под **размито число** се разбира PM A върху множеството на реалните числа R, т.е. размита променлива върху реалната права с ФП:

$$\mu_A(x) : X \rightarrow [0, 1]$$

Размитото число a е нормално, ако:

$$\max_x (\mu_A(x)) = 1 \text{ за } x \in R$$

Ако условието $\mu_A(x) = 1$ се изпълнява за точно една точка $x=a \in R$, т.е. $\mu_A(a) = 1$, то числото A се нарича унимодално, а числото a се нарича мода.

Подмножеството $R_A \in R$ се нарича носител на размитото число A , ако:

$$R_A = \{x / \mu_A(x) > 0\}.$$

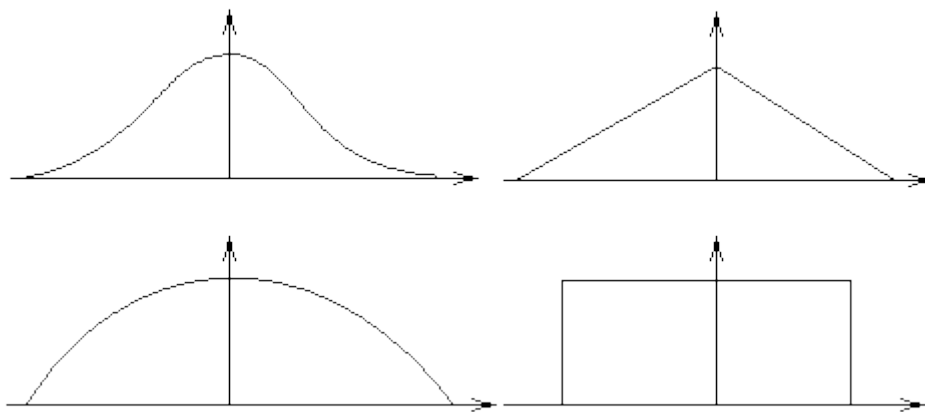
Един от начините за задаване на размити числа е определянето им в класа на L-R функциите. Това са функции на реални променливи, удовлетворяващи следните свойства:

$$L(-x) = L(x),$$

$$R(-x) = R(x),$$

$$L(0) = R(0).$$

Очевидно към класа на L-R функциите се отнасят функции, чиито графики имат следния вид:



Фиг. 1.4. Графичен вид на L-R функциите

В класа на L-R функциите, унимодалното размито число A с мода a се задава чрез следната функция за принадлежност:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} L((a-x)/\alpha) & \text{при } x \leq a; \\ R((x-a)/\beta) & \text{при } x > a; \end{cases}$$

$$R((x-a)/\beta) \text{ при } x \geq a,$$

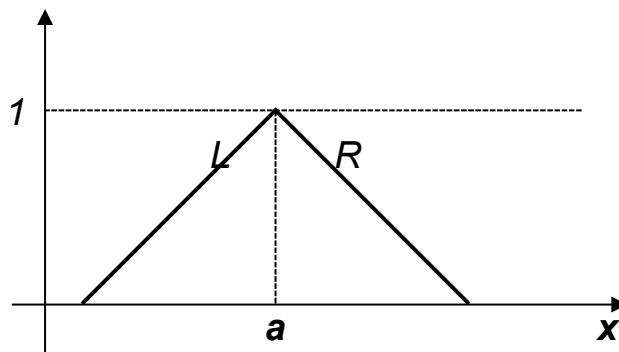
където a е мода, а $\alpha > 0$ и $\beta > 0$ са ляв и десен коефициент на размитост.

В литературата се предлагат различни аналитични представяния за L-R – функциите, както линейни, така и нелинейни.

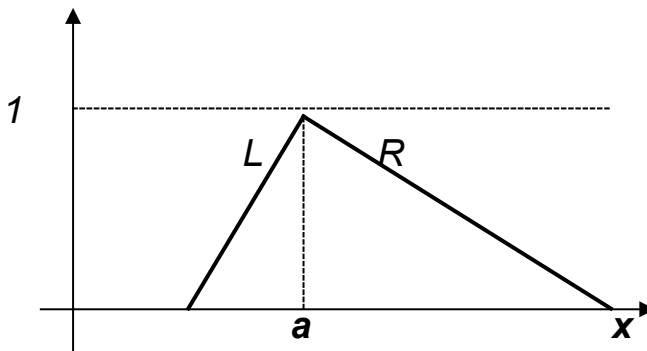
При зададени L и R , унимодалното размито число A се задава чрез тройката $A = (a, \alpha, \beta)$, а толерантното размито число A се задава с четворката $A = (a_1, a_2, \alpha, \beta)$, където $[a_1, a_2]$ е интервал на толерантност, в който ФП $\mu_A(x)$ приема стойност 1 за $\forall x \in [a_1, a_2]$.

Графичното представяне на размити числа може да бъде дадено по следния начин (в примерите използваме линейни функции, въпреки че могат да бъдат избрани произволни S - образни функции):

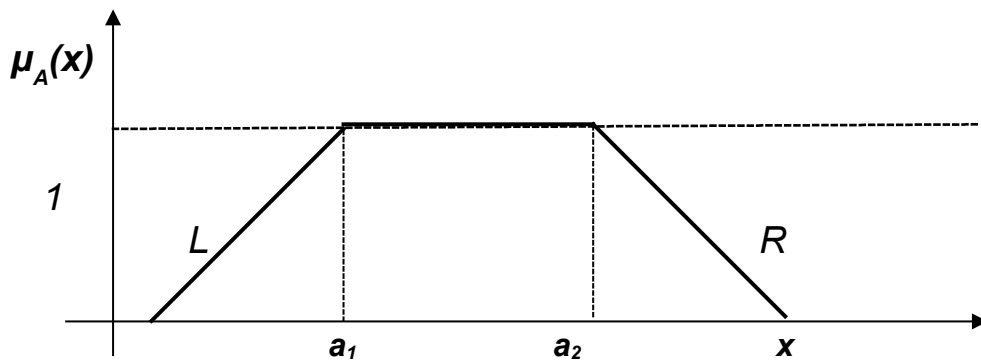
1. Унимодално размито число от вида $A = (a, \alpha, \beta)$, $L = R$:
 $\mu_A(x)$



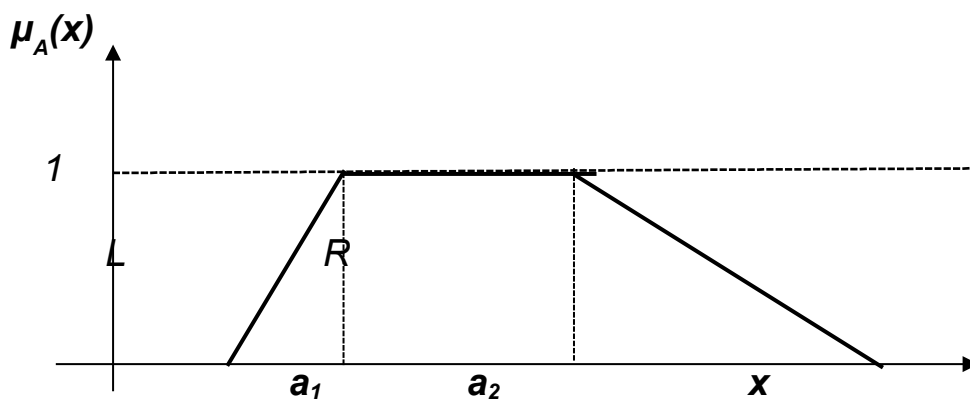
2. Унимодално размито число от вида $A = (a, \alpha, \beta)$, $L \neq R$:
 $\mu_A(x)$



3. Толерантно размито число от вида $A=(a_1, a_2, \alpha, \beta)$, $L=R$:



4. Толерантно размито число от вида $A = (a_1, a_2, \alpha, \beta)$, $L \neq R$:



В следващата таблица е дадено L-R представяне на често използвани в практиката на размитото моделиране терми от терм - множествата на лингвистичните променливи:

Табл. 1.1.(L-R) представяне на терми на ЛП

Терм на ЛП	(L-R)-представяне
Среден	$A = (a, \alpha, \beta)_{LR}$ $\alpha = \beta > 0$
Малък	$A = (a, \infty, \beta)_{LR}$ $\alpha = \infty$
Голям	$A = (a, \alpha, \infty)_{LR}$ $\beta = \infty$
Приблизително в диапазона	$A = (a_1, a_2, \alpha, \infty)_{LR}$ $\alpha = \beta > 0$

<i>Определен</i>	$A = (a, 0, 0)_{LR}$ $\alpha = \beta = 0$
<i>Разнообразен, неопределен</i>	$A = (a, \infty, \infty)_{LR}$ $\alpha = \beta = \infty$

1.8. Размито моделиране на реални задачи

1.8.1. Моделиране на размити критерии

Анализирайки практическите задачи, можем да направим следната изчерпателна класификация на размитите критерии, методите за построяване на съответните им РМ, както и формализмите за получаване на ФП:

1. Размити критерии от вида $\langle \beta \text{ е } \beta^* \rangle$, където β е име на ЛП $\langle \beta, T_\beta, X_\beta, G_\beta, M_\beta \rangle$, дефинирана върху универсума X_β , с термножество T_β , $\beta^* \in T_\beta$.

Такива критерии са:

- $\langle \text{висок ръст} \rangle$, съответстващ на ЛП от вида $\langle \text{ръст}, \{\text{нисък, среден, висок}\}, [0,250], G, M \rangle$. Формализацията на критерия чрез ЛП означава, че на променливата $\langle \text{ръст} \rangle$ е присвоена стойност $\{\text{висок}\}$, представляваща РМ върху $[0,250]$ с експертно зададена ФП:

$$\mu_{\{\text{висок}\}}: [0,250] \rightarrow [0, 1]$$

- $\langle \text{добри умения за работа в колектив} \rangle$ може да бъде моделиран с ЛП от вида $\langle \text{умения за работа в колектив}, \{\text{липсват, лоши, средни, добри, отлични}\}, X, G, M \rangle$. В този случай базовото множество X не е числово.

2. Размити критерии от вида $\langle \beta \text{ е } m\beta^* \rangle$, където m е модификатор на стойността на ЛП, отразяващ семантиката на

лингвистичните терми “много”, “малко”, “силно”, “слабо”, “често” и др.

Примери за критерии от този тип са:

- <много висок ръст>;
- <слабо ускорена утайка>;
- <силно изразена инициативност> и др.

За моделиране на такива критерии се използват операциите концентрация и разтягане на РМ. Например, РМ:

$$\{\text{много висок}\} = \text{CON}\{\text{висок}\} = \{\text{висок}\}^2 \text{ с ФП:}$$

$$\mu_{\{\text{много висок}\}}(x) = (\mu_{\{\text{висок}\}}(x))^2$$

$$\{\text{слабо ускорена утайка}\} = \text{DIL}\{\text{ускорена утайка}\} \\ = \{\text{ускорена утайка}\}^{0.5}$$

$$\mu_{\{\text{слабо ускорена утайка}\}}(x) = (\mu_{\{\text{ускорена утайка}\}}(x))^{0.5}$$

3. Размити критерии, образувани от вид (1) и (2) с помощта на логическите връзки “и”, “или”, “не”, “ако....то”, “ако...то...в противен случай” и др.

В този случай критериите се получават чрез свързване на стойности на няколко ЛП, които могат да бъдат дефинирани върху един и същ, или върху различни универсуми и трябва да бъдат разгледани поотделно.

➤ **Размити критерии, получени чрез свързване на критерии от тип (1) и (2), отнасящи се до една и съща ЛП.** В този случай стойностите на ЛП представляват РМ, дефинирани върху един и същ универсум. За моделирането им могат да се използват операциите на Заде. Например, ако въведем следните означения:

$$\tilde{A}_1 = \{\text{нисък}\}$$

$$\tilde{A}_2 = \{\text{среден}\}$$

$$\tilde{A}_3 = \{\text{висок}\}$$

то критерият:

$$\{\text{не много висок}\} = \text{CON}(\tilde{A}_3) = \tilde{A}_3^2$$

$$\mu_{\{\text{не много висок}\}}(x) = 1 - (\mu_{\tilde{A}_3}(x))^2$$

$$\{\text{не нисък или среден}\} = \overline{\tilde{A}_1} \cup \tilde{A}_2$$

$$\mu_{\{\text{не нисък или среден}\}}(x) = (1 - (\mu_{\tilde{A}_1}(x))) \vee \mu_{\tilde{A}_2}(x)$$

$$\{\text{не висок и не нисък}\} = \tilde{A}_1 \cap \overline{\tilde{A}_2}$$

$$\mu_{\{\text{не висок и не нисък}\}}(x) = (1 - (\mu_{\tilde{A}_3}(x))) \wedge (1 - \mu_{\tilde{A}_2}(x))$$

Критерии от вида {ръст, близък до средния}, или {ръст, много по-голям от средния} могат да се моделират чрез размити отношения върху $X \times X$. Ако R_1 е размито отношение “близък до”, а R_2 е отношението “много по-голям от”, то съответстващите на горните два критерия РМ могат да бъдат получени чрез композициите $\tilde{A}_2 \bullet R_1$ и $\tilde{A}_2 \bullet R_2$

➤ **Размити критерии, получени чрез свързване на критерии от тип (1) и (2), отнасящи се до ЛП, зададени върху различни универсуми.** Такива критерии имат вида:

$\langle \alpha \text{ е } \alpha^* \text{ и } \beta \text{ е } \beta^* \rangle$ - конюнктивна форма;

$\langle \alpha \text{ е } \alpha^* \text{ или } \beta \text{ е } \beta^* \rangle$ - дизюнктивна форма;

$\langle \text{ако } \alpha \text{ е } \alpha^* \text{ то } \beta \text{ е } \beta^* \rangle$ - размита импликация;

където са α и β са ЛП $\langle \alpha, T_\alpha, X, G_\alpha, M_\alpha \rangle$ и $\langle \beta, T_\beta, Y, G_\beta, M_\beta \rangle$, дефинирани върху X и Y съответно. Приемаме, че на размития критерий $\langle \alpha \text{ е } \alpha^* \rangle$ съответства РМ A над X , а на критерия $\langle \beta \text{ е } \beta^* \rangle$ - РМ B над Y . Критерии от този вид могат да бъдат приведени към вида (1), ако вместо две ЛП α и β разглеждаме съставна ЛП (α, β) върху $X \times Y$. Терм-множеството на (α, β) ще съдържа терми, на които съответстват РМ над $X \times Y$. Нека припомним, че РМ A и B върху X и Y съответно, пораждат РМ A° и B° върху $X \times Y$, които се наричат цилиндрични продължения и се задават чрез:

$$\mu_{A^\circ}(x, y) = \mu_A(x) \text{ за } \forall y \in Y$$

$$\mu_{B^{\circ}}(x,y) = \mu_B(y) \text{ за } \forall x \in X$$

Ако универсумите X и Y са независими, т.е. липсват функционални зависимости между базовите им променливи, могат да се зададат правила за преобразуване на размитите критерии от този вид.

Правилата остават в сила и за ЛП от вида $\langle \alpha, T_1, X, G_1, M_1 \rangle$ и $\langle \alpha, T_2, Y, G_2, M_2 \rangle$, чрез които се формализират невзаимодействащи характеристики на един и същ обект, например {красив и умен} и др.

Преобразуване на конюнктивната форма:

$\langle \alpha \text{ е } \alpha^* \text{ и } \beta \text{ е } \beta^* \rangle$ - заменяме с $\langle (\alpha, \beta) \text{ е } (\alpha^* \cap \beta^*) \rangle$,

където $\alpha^* \cap \beta^*$ е стойност на съставната ЛП (α, β) , на която съответства РМ $A^{\circ} \cap B^{\circ}$ над $X \times Y$ с ФП:

$$\mu_{A^{\circ} \cap B^{\circ}}(x,y) = \mu_{A^{\circ}}(x,y) \wedge \mu_{B^{\circ}}(x,y) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(y)$$

Преобразуване на дизюнктивната форма:

$\langle \alpha \text{ е } \alpha^* \text{ или } \beta \text{ е } \beta^* \rangle$ - заменяме с $\langle (\alpha, \beta) \text{ е } (\alpha^* \cup \beta^*) \rangle$,

където $\alpha^* \cup \beta^*$ е стойност на съставната ЛП (α, β) , на която съответства РМ $A^{\circ} \cup B^{\circ}$ над $X \times Y$ с ФП:

$$\mu_{A^{\circ} \cup B^{\circ}}(x,y) = \mu_{A^{\circ}}(x,y) \vee \mu_{B^{\circ}}(x,y) = \mu_A(x) \vee \mu_B(y)$$

Преобразуване на размити импликации:

$\langle \text{ако } \alpha \text{ е } \alpha^* \text{ то } \beta \text{ е } \beta^* \rangle$ - заменяме с $\langle (\alpha, \beta) \text{ е } (\alpha^* \rightarrow \beta^*) \rangle$,

където $\alpha^* \rightarrow \beta^*$ е стойност на съставната ЛП (α, β) , на която съответства размито отношение R над $X \times Y$ с ФП $\mu_R(x,y): X \times Y$

$\rightarrow [0,1]$, правилата за задаване на които са разгледани в (1.4).

Изборът им зависи от семантиката на импликациите в практиката.

1.8.2. Вид на универсумите

В реалните задачи количествените параметри се свързват обикновено с числови скали на изменение. В качеството на такива могат да бъдат избрани:

- подинтервали на реалната права – $X \subseteq R, X \subseteq R^+$,
- подмножества на натуралните числа – $X \subseteq N$,
- подмножества на целите числа – $X \subseteq Z$.

Табл.1.2. Числови скали за изменение на количествени признаци

Наименование на признака	Числова скала
<i>Ръст</i>	$X_k = [130, 230] \subset R^+$
<i>Тегло</i>	$X_k = [50, 150] \subset R^+$
<i>Лидерски качества</i>	$X_k = [1, 2, 3, 4, 5, 6] \subset N$

За задаване на качествени параметри могат да се използват лингвистични скали $X = (\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n)$, $\sigma_i \neq \sigma_j$ при $i \neq j$, удовлетворяващи изискванията за крайност, пълнота и без излишество.

Табл.2.3 Лингвистични скали за изменение на качествени признаци

Наименование на признака	Лингвистична скала (терм-множество на съответната ЛП)
<i>Лидерски качества</i>	(липсват, лоши, добри, много добри, отлични)
<i>Аналитично мислене</i>	(липсва, лошо, добро, много добро, отлично)
<i>Знание на чужди езици</i>	(не знае, говоримо, писмено, писмено и говоримо)
<i>Умения за работа в колектив</i>	(лоши, добри, отлични)

Алтернативни скали се използват за признаци, които фиксират наличие или отсъствие на дадено свойство, например стаж по специалността – {да, не}, хабилитация – {да, не} и др.

За някои признаци могат да се зададат както числови, така и лингвистични скали на изменение. Например, за признака успех може да се зададе числова скала [2, 6] и лингвистична (слаб, среден, добър, много добър, отличен). Във всички случаи изборът на скала е експертен и зависи от естеството на решаваната задача.

Независимо от това, че в много примери за нагледност се разглеждат параметри, дефинирани върху числови универсуми, в общия случай използването на признаци, свързани с произволни базови множества води до технически трудности, но не и до теоретични противоречия. Такива признаци обикновено са свързани с ЛП от много висок ред и връзката им с базови множества е неясна. В такъв случай се прибегва до разлагане на лингвистичните променливи от висок ред към ЛП от по-нисък ред (задача на психометрията), евентуално свързани с числови универсуми.

1.8.3. Вид на областта от стойности на ФП

Областите от стойности на ФП:

$$\mu_{\tilde{A}} : X \rightarrow L$$

зависимост от конкретната задача могат да бъдат:

- интервал [0, 1],
- интервал [-1, 1],
- $N = \{0, 1, 2, \dots\}$,
- решетка L , представляваща крайно множество с точна долна и точна горна граница,
- линейна наредба S , удовлетворяваща изискванията за крайност и пълнота:

$$S = (s_1, s_2, \dots, s_n), s_i \neq s_j \text{ при } i \neq j \text{ и } s_i < s_j \text{ при } i < j.$$

Пример за линейно наредено множество е наборът от лингвистични терми, представляващи стойности на лингвистична променлива с име, съвпадащо с името на параметъра. Броят на термите се избира от 3 до 9 поради това, че експертите могат качествено да разграничат 3-9 състояния.

- някои абстрактни математически структури като полупръстен, полугрупа, категория.

1.9. Построяване на функциите за принадлежност

TRM не предлага формален метод за построяването на ФП. Изборът им зависи от реалната задача и се базира на консултации с експерти.

Основната сложност при работа с размити величини е свързана с това, че дори при избор на ФП от възможно най-прост тип, в резултат на операциите над тях се получават ФП със сложна форма. Затова много автори предлагат апроксимация с определен клас функции, зависещи от фиксиран брой параметри: триъгълни, трапецовидни, експоненциални и др.

Макар че ФП се дефинират за непрекъснати значения на базовите променливи, РМ в практическите разработки се представят върху крайни, дискретни универсуми (например от около 10-20 точки), тъй като пресмятанията в непрекъснатия случай са свързани с разход на време. Тази замяна не влияе върху общността на резултатите.

Методи за построяване на ФП

В литературата са описани много методи [27] за построяване на ФП към РМ в зависимост от вида на базовите множества и областта от стойности на ФП. Независимо от голямото

разнообразие, най-общо методите могат да бъдат класифицирани по следния начин:

- Преки методи за един експерт;
- Преки методи за група експерти;
- Косвени методи за един експерт;
- Косвени методи за група експерти;

Преки са методите, при които експертът или непосредствено задава степента на принадлежност на елемент към РМ, или определя правилата за получаване на ФП. Обикновено преките методи се използват за построяване на ФП към РМ, дефинирани върху числови универсуми, т.е. свързани с измерими свойства на обектите като ръст, тегло, успех и др. Могат да бъдат модифицирани и да отчитат мнението на група експерти, което води до получаване на по-прецизни, но и по-трудоемки резултати. Към тази група можем да причислим:

- табличен метод - за множества с малък брой елементи – директно определяне на степените на принадлежност чрез анкетиране на експерти;

Например, ако разглеждаме ЛП <възраст> с универсум [0, 100] и терм - множество {млад, среден, стар}, то експертът може да определи степените на принадлежност:

$$\mu_{\text{млад}}(25) = 1, \mu_{\text{млад}}(35) = 0.1, \mu_{\text{среден}}(43) = 0.8, \mu_{\text{стар}}(70) = 0.9.$$

- аналитично задаване на ФП;

- графичен метод - чрез шаблонни графики и определяне на параметрите;

- процедура на Ягер – дава възможност за получаване степени на принадлежност за множества с малък брой елементи и

числов универсум. Използва представяне на РМ чрез обикновени множества от ниво а.

- метод на Осгуд [41], наречен метод на семантическите диференциали, при който за неизмерими признаци се задават полярни стойности, за които се предполага, че съответстват на степени за принадлежност 0 и 1 съответно. Експертът сравнява конкретен обект с полярните значения и определя мястото му в скалата [0,1], т.е. степента му на принадлежност. Полученият в резултат вектор се нарича профил на понятието. Известно е приложението на метода в криминалистиката в задачата за разпознаване на лица. Ако за разпознаване се използват следните признаци:

<i>Признаци</i>	<i>Полярни стойности</i>	
Височина на челото	ниско	високо
Профил на носа	гърбав	чип
Дължина на носа	къс	дълъг
Цвят на очите	тъмни	светли
Дебелина на устните	тънки	дебели
Цвят на лицето	тъмен	светъл
Очертание на лицето	овално	квадратно

то векторът (0, 0, 0.7, 0, 1, 1,1) е профил на човек с ниско чело, гърбав и не много дълъг нос, тъмни очи, дебели устни и светло, квадратно лице. Методът допуска модифициране за група експерти.

- Лесно може да бъде реализиран следният пряк групов метод: на група експерти се предлага да оценят с “да” или “не” съвместимостта на обекта x с размития критерий \tilde{A} . За степен на принадлежност $\mu_{\tilde{A}}(x)$ се приема броят на положителните отговори, разделен на броя на експертите. Например, оценявайки “Иван” като {добре сложен}, 7 от 10 експерта са отговорили с “да”. Тогава:

$$\mu_{\{\text{добре сложен}\}}(\text{Иван}) = 0.7.$$

Косвените методи за построяване на ФП се използват в случай, когато не съществуват елементарни измерими свойства за определяне на дадено понятие, свойство и др., т.е. ЛП, съответстваща на даден размит критерий, не може да бъде разложена (или в момента липсват знания за това, как да бъде разложена) на лингвистични променливи от по-нисък клас, свързани с числови универсуми. Тези методи са по-трудоемки от преките, но дават по-точни резултати. Най-често се базират на сравнение на подлежащите на оценка обекти.

Косвен метод за един експерт, който лесно може да бъде реализиран, е следният: нека на експерт е предложено да сравни един с друг някакви обекти по отношение на някакъв размит критерий. Резултатът от експертната оценка е матрица A , за елементите на която е в сила следното:

$$a_{ij} = 1 \text{ при } i = j ;$$

$a_{ji} = 1/a_{ij}$ при $i \neq j$, т.е. ако i -тия елемент е k -пъти по-подходящ от j -тия, то j -тия е $1/k$ пъти по-подходящ от i -тия.

Оценката a_{ij} може да се приеме за равна на $\mu_{\tilde{A}}(x_i)/\mu_{\tilde{A}}(x_j)$, където $\mu_{\tilde{A}}(x_i)$ и $\mu_{\tilde{A}}(x_j)$ са степените на принадлежност на i -тия и j -тия обект към размития критерий \tilde{A} , тъй като практически вярно е предположението, че по-пригодния ресурс има по-голяма степен на принадлежност. Ако положим $\omega_i = \mu_{\tilde{A}}(x_i)$, $i=1,2,\dots,n$, то задачата се свежда до намиране на вектора $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)$, удовлетворяващ матричното уравнение:

$$A \omega = \lambda \omega$$

където λ е най-голямото собствено значение на матрицата A . Тъй като матрицата A е положителна, решението съществува и е положително.

2

ПРАКТИКА НА РАЗМИТОТО МОДЕЛИРАНЕ

1. РАЗМИТА СИСТЕМА ЗА НАПОЯВАНЕ

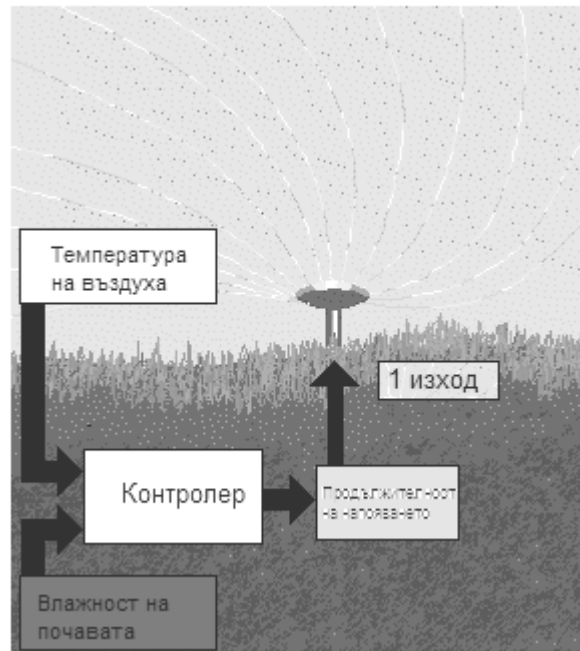
За илюстрация на размитото моделиране ще разгледаме размита система за напояване. Примерната структура и действие на системата са описани подробно в сайта на фирмата „Моторола“ (<http://www.motorola.com/>). Това е един от най-добре разработените демонстрационни материали за приложение на размитите множества и размитата логика в практически задачи. Липсата на специална терминология в описанието на задачата дава възможност за лесното му възприемане и осмисляне на размитите механизми за моделиране.

Задачата се състои в определяне продължителността на напояването в зависимост от температурата на външния въздух и влажността на почвата. Възможно е върху продължителността на напояването да влияят и други параметри, например сезон, сила и посока на вятъра и др. При моделирането експертно се определят и отчитат само онези параметри, които имат съществено влияние върху структурата, функционирането, изменението и други характеристики на реалния обект, процес или система. Приемаме, че на вход на системата имаме два параметъра - температура и влажност, стойностите на които се определят чрез датчици. Датчиците измерват точни стойности на входните параметри в избраната мерна единица, например:

температура на въздуха - 62° по Фаренхайт;

влажност на почвата - 11%.

На тяхна основа системата трябва да определи стойността на изходния параметър - продължителност на напояването (в минути).



Фиг. 1.1. Действие на размита система за напояване

1.1. Функционална схема на размита система

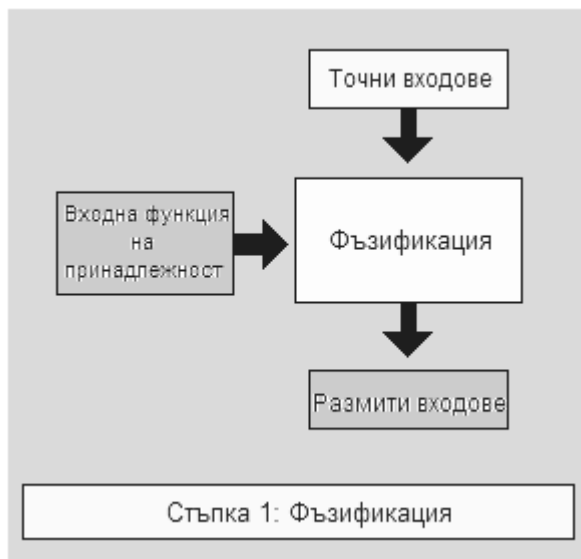
В най-общ вид функционирането на една размита система включва три основни стъпки: фъзификация, пресмятане на правилата и дефъзификация.



Фиг. 1.2. Функционална схема на размита система

1.2. Фъзификация

Фъзификацията е процес на преобразуване на точните входни данни (входни параметри) в размити стойности.



Фиг. 1.3. Фъзификация на входа

За целта, на всяка входна променлива се съпоставя лингвистична променлива ЛП и се определят нейните параметри (β , T , X , G , M), описани в (1.6).

На входния параметър „температура на въздуха“ съпоставяме ЛП, зададена по следния начин:

β = <температура на въздуха>

T = {студено, хладно, нормално, топло, горещо}

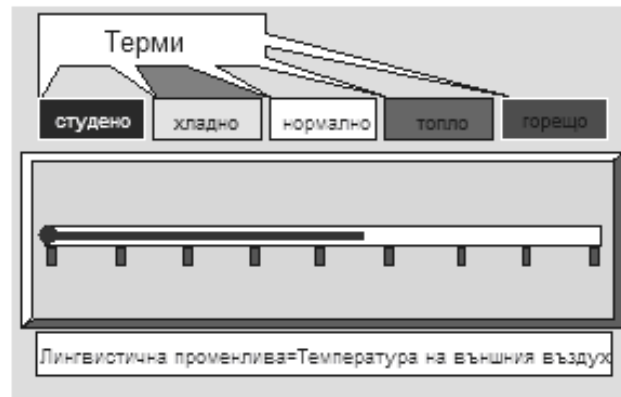
X = [30°F, 110°F]

G = {„или“}

M = {max}

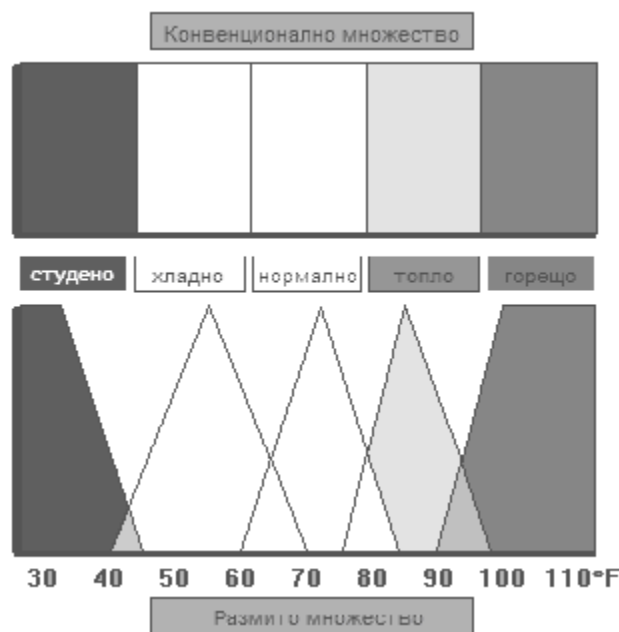
Броят и видът на термите се избират от експерти и съответстват на реалната задача. Съгласно множеството G , като допустими приемаме терми от вида „хладно или топло“, „студено или хладно“ и др., получени от елементите на терм - множеството с

помощта на логическата връзка „и”. Съгласно М, преобразуването на терми от вида “хладно или топло” в размита променлива ще става с помощта на операцията \max на Заде.



Фиг. 1.4. ЛП „Температура на въздуха”

Всеки терм от терм - множеството на ЛП представлява размита променлива α , която се задава с тройката (α, X, A) .

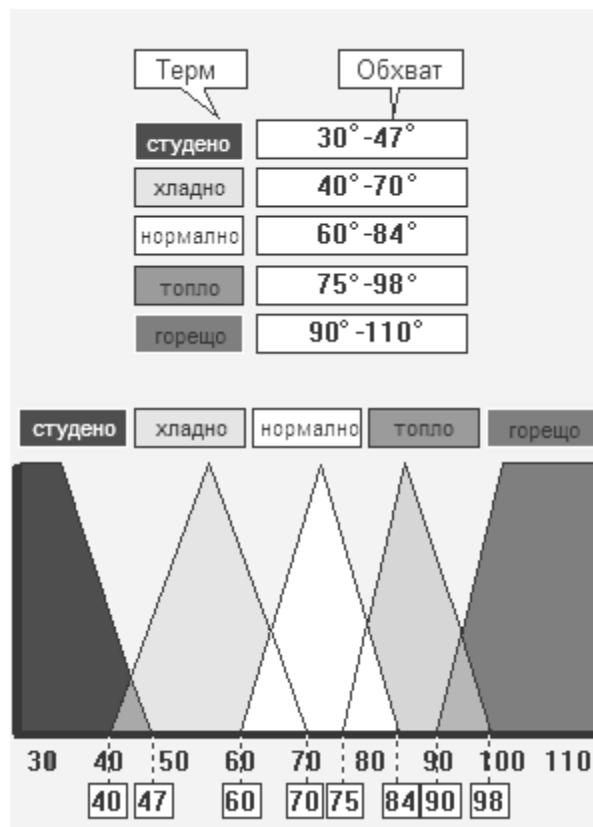


Фиг. 1.5. Функции за принадлежност към термите на ЛП „Температура на въздуха”

На фиг. 1.5. е даден вида на функциите за принадлежност, съответстващи на петте термина в терм - множеството на ЛП

„температура на въздуха” и са определени дефиниционните им области.

На фигурата ясно се вижда разликата между конвенционалната и размитата логика. При конвенционалната логика множествата от температури, съответстващи на термите са непресичащи се и температурите 79.9° и 80.1° принадлежат на две различни множества - „нормално” и „топло” съответно. При размитата логика имаме плавен преход от „абсолютна непринадлежност” до „абсолютна принадлежност” Ако на вход имаме температура 92° F, то тя е “топла” със степен на принадлежност 0.2 и „гореща” със степен на принадлежност 0.49, т.е. входните стойности могат да принадлежат на повече от едно размито множество.



Фиг. 1.6. Базови множества на размитите променливи, съответстващи на термите на ЛП <температура на въздуха>

Аналогично, на входния параметър „влажност на почвата” съпоставяме следната ЛП:

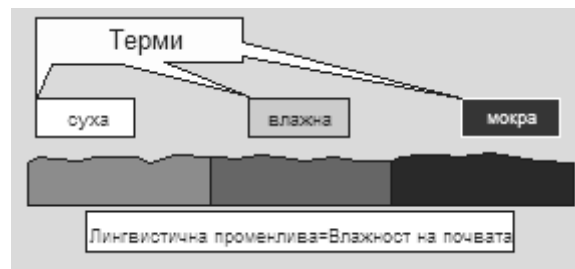
β = <влажност на почвата>

T = {суха, влажна, мокра}

X = [0%, 100%]

G = {„или”}

M = [max]



Фиг. 1.7. ЛП „Влажност на почвата”

Определяме съответстващите на термите РП, дефиниционните области и вида на ФП.



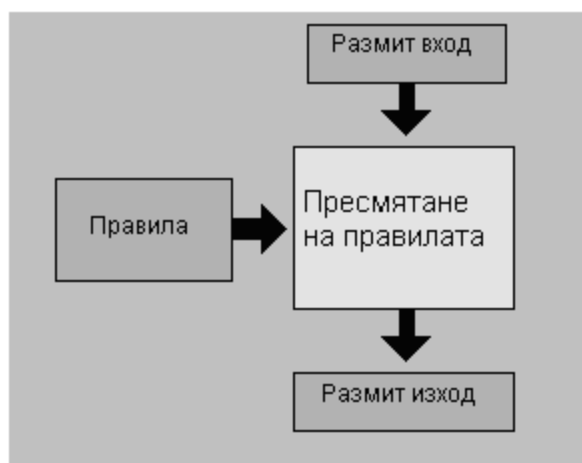
Фиг. 1.8. Трансформация на точния вход в размит вход

В резултат на фъзификацията, точните стойности на входа на системата се трансформират в размити входове, като се използват ФП на входните ЛП. Всеки точен вход се преобразува в размит чрез пресмятане на степените на принадлежност към РМ, определени от термите на съответната ЛП.

На фигурата се вижда, че точната стойност от 92°, получена от температурния датчик се преобразува в размита стойност „топла” със степен на принадлежност 0.2 и „гореща” със степен на принадлежност 0.46. Аналогично, измерената от датчика за влажност точна стойност от 11% се преобразува в размита стойност „влажна” със степен на принадлежност 0.75 и „суха” със степен на принадлежност 0.25 .

1.3. Пресмятане на правилата

Вторият етап в процеса на размито моделиране се нарича пресмятане на правилата. Лингвистично зададените правила са формализиран модел на експертните умозаключения в ПВР при решение на реални задачи и показват какво действие трябва да се извърши при изпълнението на дадени условия. Размитият вход, получен в резултат на фъзификацията се преобразува в размит резултат (продължителност на напояването) (фиг. 1.9).



Фиг. 1.9. Трансформация на размития вход в размит изход

В конвенционалната логика вземането на решение за продължителност на напояването се извършва на базата на точни правила от вида:

Ако температурата на въздуха е $\geq 80^{\circ}$ F, то продължителността на напояването е 50 мин.

Ако температурата на въздуха е $< 80^{\circ}$ F, то продължителността на напояването е 30 мин.

В размитото моделиране правилата използват размити стойности и имат по-голямо съответствие на реалния ПВР. Размитите правила са „ако-то” твърдения, които описват процеса на вземане на решение при различни варианти на размитите входове и имат вида:

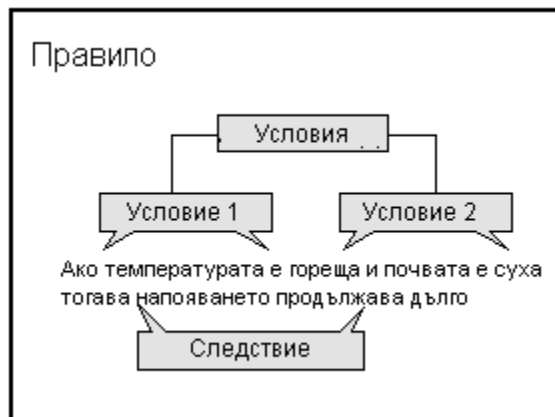
„Ако почвата е *влажна* и е *топло*, напоявай кратко.”

„Ако почвата е *суха* и е *горещо*, напоявай дълго.”

Въпреки че правилата се описват на естествен език, те имат точен синтаксис, а пресмятането им е подчинено на строги, предварително зададени правила.

Синтаксисът на правилата е във вид на размити импликации от вида:

Ако <условие 1> и <условие 2> и ... <условие n>
 то <результат 1> и <результат 2> и ... <результат m>,



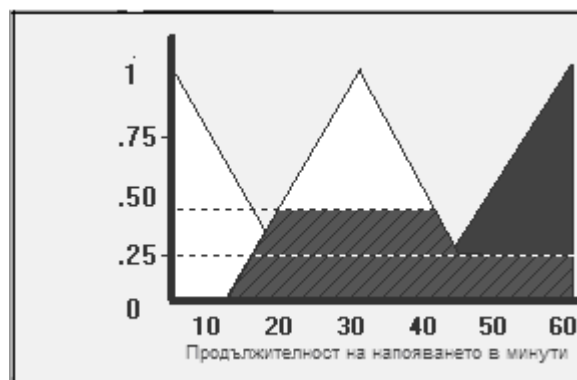
Фиг. 1.10. Размити правила за вземане на решение

Правилата свързват термите на входните и изходни лингвистични променливи, т.е. условията (предпоставките) с резултата (действие, следствие). Условието се задават във вида:

<температура на въздуха> = „гореща“;

<влажност на почвата> = „суха“.

Изходната променлива е една - продължителност на напояването с терм - множество { късо, средно, дълго} и резултатите са от вида <продължителност на напояването> = „дълго“.



Фиг. 1.11. ФП на изходната ЛП <продължителност на напояването>

За система с 2 входа и 1 изход правилата, получени от експертите, могат да се представят нагледно в матричен вид (1.12). Броят им ($15 = 3.5$) съответства на броя на възможните варианти размития вход.

		Условие 1				
		Температура				
Условие 2		Студен	Хладен	Нормал	Топъл	Горещ
Влажност	Мокра	късо	късо	късо	късо	късо
	Влажна	късо	средно	средно	средно	средно
	Суха	дълго	дълго	дълго	дълго	дълго

Фиг. 1.12. Размити правила за продължителност на напояването

Следващата стъпка в процеса на пресмятане на правилата е определяне степените на принадлежност на условията. За целта използваме ФП на термите на входните ЛП. Вход от 92°F температура на въздуха принадлежи на размитото множество „топло” със степен на принадлежност 0.2 и на размитото множество „горещо” с принадлежност 0.46. Вход от 11% влажност на почвата е със степен на принадлежност 0.25 „суха” и 0.75 „влажна”. Получените стойности се заместват във всички правила. В резултат на пресмятане на правилата се определят степените на принадлежност на изхода. Ако предпоставките са свързани с „и”, степента на изхода е най-малката от входните (сечение на РМ по Заде).

температура=92°F влажност=11 %	Стойност
Правило 1 Ако температурата е гореща (.46) и почвата е суха(.25), тогава напояването е продължително.	.25
Правило 2 Ако е топло (.2) и почвата е влажна (.75), тогава напояването е със средна продължителност.	.2
Правило 3 Ако е топло (.2) и почвата е суха (.25), тогава напояването е дълго	.2
Правило 4 Ако е горещо (.46) и почвата е влажна (.75), тогава напояването е със средна продължителност.	.46
Размит изход: напояването е 0.2 дълго и 0.46 със средна продължителност	

Фиг. 1.13. Пресмятане на правилата

От правилата с ненулев резултат (фиг. 1.13.) определяме продължителността на напояването, вземайки максималната степен на принадлежност т.е.:

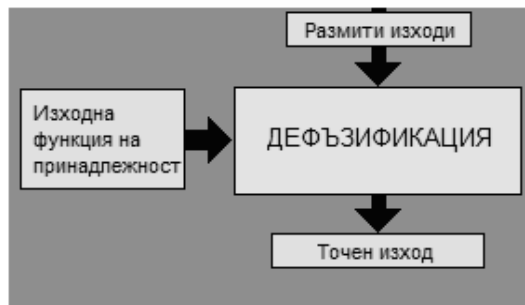
<продължителност> = „средно” със степен на принадлежност 0.46 = $\max(0.2, 0.46)$;

<продължителност> = „дълго” със степен на принадлежност 0.25 = $\max(0.2, 0.25)$.

В резултат получаваме размит изход: напояването е 0.46 „средно” и 0.25 „дълго”.

1.4. Дефъзификация

Дефъзификацията е процес на преобразуване на размития изход в точна стойност. За целта се използват функциите за принадлежност на термите на изходните променливи.



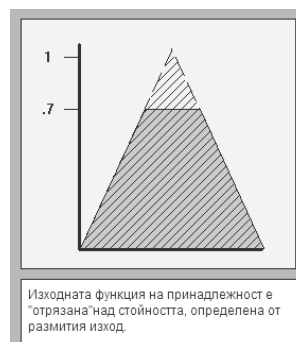
Фиг. 1.14. Дефъзификация на изхода

Един от често използваните методи при дефъзификацията е „геометричен център на тежестта” (COG - center of gravity). Реализацията му включва следните стъпки:

1. Графиките на ФП на термите на изходната ЛП се отрязват над получените степени на принадлежност на изхода (lambda cuts).
2. Получените „отрязъци” от графиките на функциите на принадлежност се съчетават.
3. Изчислява се геометричният център на тежестта на получената фигура.

В резултат на „орязването” на изходните функции на принадлежност получаваме фигурата, показана на диаграма С.

Фиг. 1.14. Lambda cuts



Центърът на тежестта (x - координатата) на защрихованата област се пресмята по формулата:

$$COG = \frac{\sum_{i=1}^n \mu(x_i) * x_i}{\sum_{i=1}^n \mu(x_i)} = \frac{10 * 0 + 15 * 0.25 + 20 * 0.46 + 45 * 0.46 + 48 * 0.25 + 60 * 0.25}{0 + 0.25 + 0.46 + 0.46 + 0.25 + 0.25} = 36$$

В резултат получаваме: **при влажност на почвата 11 % и температура 92° F, продължителността на напояването трябва да е 36 минути.**

2. РАЗМИТ МОДЕЛ ЗА МЕДИЦИНСКА ДИАГНОСТИКА

2.1. Същност на медицинското познание

2.1.1. Диагностичен процес

В основата на медицината е медицинското познание, чиито обект е човекът, субект - лекаря, а предмет са здравето, болестта на човека и преходите между тях. Познавателният процес е сложен, противоречив, нееднозначен, поради относителната ограниченост на обекта на познание и съществуващата зависимост от равнището на производството, науката, техниката и др.

Съществуват две форми на медицинското познание - теоретична и практикоприложна медицина, които са взаимно свързани и се намират в непрекъснато взаимодействие, което по същество е съдържанието на медицинската наука. Една развита и представляваща интерес област на медицината е медицинската диагностика (МД).

Диагностичният процес е специфичен познавателен процес, имащ за задача да разкрие причината, начина на развитие на болестта, да определи вида и степента на нарушения на функциите на засегнатите органи и системи и имайки в предвид субективни и

обективни болестни прояви да постави точна диагноза. Откритите по време на изследване болестни прояви на организма се наричат симптоми.

Важен момент в диагностичния процес са субективните действия на лекаря, използващ обективни и субективни методи на изследване през различните етапи:

- първоначално изследване на болния (анамнеза, статус на болния);

- разбор, интерпретация на данните от първоначалното изследване и направените клинично-лабораторни, биохимични, ултразвукови (ехография, сонография) и др. изследвания.

Първоначалното изследване на болния заема централно място между етапите на изследване, без него не е възможна каквато и да е диагностична дейност. При "снемането на анамнеза" се установява контакт между лекаря и пациента, при което болния съобщава своите оплаквания, а лекарят го изслушва, разпитва и поставя уточняващи въпроси. От съществено значение е отчитането на минали заболявания, социално-битова среда и фамилна обремененост.

Статусът на болния се установява със сетивни методи на изследване по време на първия преглед: оглед, опипване (палпация), почукване (перкусия) и преслушване (аускулация). Установява се: пол, възраст, психично състояние, промени в костната и мускулна система, състоянието на отделните органи и системи и на отделните области на тялото.

Същността на втория етап на изследване се състои в разбор на симптомите, разкриване на съществените връзки между установените симптоми, отразяващи същността на болестта, отхвърляне на по-малко вероятните диагнози и приемане на по-

вероятните, в резултат на което се стига до оформяне на диагнозата.

Клинико-лабораторните и други изследвания, необходими за поставянето на диагноза се определят в зависимост от класа и вида на заболяванията (белодробни, сърдечно-съдови и др.). Не е необходимо да се правят всички изследвания, а само тези, които водят до най-бързо и сигурно поставяне на точна диагноза.

Анализирайки, обобщавайки, сравнявайки получената при изследване информация, лекарят формира диагностични хипотези (диференциална диагноза), определя нозологичната принадлежност на заболяването и на тази основа уточнява конкретната диагноза при конкретния пациент.

2.1.2. Теория и методология на диагнозата

Не може да се отрече факта, че диагностиката играе важна роля в медицината. Поставянето на точна и бърза диагноза съществено зависи от знанията, интуицията, квалификацията на лекаря, от състоянието на пациента, от характера и вида на симптомите и заболяванията.

Интерес представлява мисловния процес на лекаря при поставянето на диагноза, който е предмет на нашия анализ.

Диагноза произлиза от гръцката дума *diagnosis* и означава разпознаване, определяне на същността и особеностите на заболяването на основата на всестранно изследване на болния. Диагнозата е крайния етап, резултат от мисловната дейност на лекаря върху направените изследвания и наблюдаваните симптоми. Необходими са правилни, последователни, непротиворечиви умозаклучения, направени в резултат на приложените логически правила на мислене:

1. **Правило за идентичност:** в процеса на разсъждане всеки обект трябва да остава идентичен на себе. Всяко понятие трябва да запази първоначалното си значение, да не се заменя с друго.

2. **Правило за противоречието** - от две взаимно-изключващи се съждения, едното и само едното е истинно.

3. **Правило за изключеното трето** - от две противоположни съждения едното е вярно, а другото грешно, трета възможност не съществува.

Например: Ако болният има рак на стомаха, той може да даде, може и да не даде метастази, трета възможност не съществува.

4. **Правило за достатъчното основание** - за да се признае едно съждение за вярно или грешно е нужна съответна обосновка.

Например: Ако лекар установи в кръвта на болния висок процент хемоцитопласти, той може да твърди, че болния има остра левкоза, но установяването на анемия не е достатъчно основание за същата диагноза.

Много често в своята дейност лекарите разсъждават по аналогия. По отношение на диагностичния процес аналогията се състои в следното: сходството на редица симптоми в даден пациент със симптомите на болен, наблюдаван преди това, води до заключението, че заболяването е едно и също.

Умозаклученията, направени по аналогия, са в резултат на натрупан опит и дългогодишна лекарска практика, но прилагането им в медицинската диагностика може да доведе до грешки.

Правилната диагноза е в резултат на готови знания за болестта, която предстои да диагностицира лекаря, придобити в учебния процес и потвърдени в практиката. Наличните модели в съзнанието на лекаря се съпоставят с конкретното заболяване.

Търси се сходство, разлики, връзки и взаимодействие между моделите и действителността.

От направения анализ на медицинското знание можем да направим извода: *Процесът на вземане на решение за поставяне на диагноза е сложен, субективен, трудно поддаващ се на формализация, зависещ изцяло от лекаря и неговите способности правилно да събира и анализира данните, да търси общото и закономерното, водещото и решаващото в едно заболяване.*

Своевременното поставяне на точна диагноза често е облекчено от съвременните методи за диагностика и лечение, основани на новите постижения на науката и техниката. Все по широко в медицинската практика се прилага изчислителна техника и електроника за оценка на медицинските показатели - електрокардиография, електроенцефалография, електронни микроскопи, техника за консервиране на кръв и костен мозък и др.

2.1.3. Естество на задачата за медицинска диагностика

Основните характеристики на задачата за медицинска диагностика са следните:

1. Многокритериалност, тъй като крайния резултат не може да бъде получен на основата на един, дори и най-съществен критерий. Вземането на решение за поставянето на диагноза става на основата на много симптоми, което затруднява лекаря, особено в нетипични случаи.

2. Процесът на поставяне на диагноза се извършва в условия на неопределености от различен тип, свързани с медицинските показатели на пациента, симптомите на заболяването и мисловния процес на лекаря.

3. Задачата е експертна в достатъчно тясна област, решението и не изисква широк спектър от знания за заобикалящия ни свят.

4. Съществуват експерти, които са в състояние да изложат знанията си на естествен език и да обяснят лингвистично стратегията, която следват в процеса на вземане на решение за поставяне на диагноза.

5. Задачата за МД е не формализирана, евристична, знанията, които се използват са неточни, приблизителни, субективни, получени в резултат на обобщения на многогодишен експертен опит. Медицинските знания са не конкретни, изменчиви и трудно достъпни.

6. При сериозни, нетипични, редки заболявания може да се окаже, че липсват висококвалифицирани специалисти, които своевременно да поставят правилна диагноза.

7. Съществуват заболявания, диагностицирането на които е резултат от съвместната дейност на специалисти в различни медицински направления.

8. Недопустимо е получаването на грешен резултат. Неправилната диагноза води до опасност за здравето, а понякога и за живота на пациента. Причините за грешки могат да бъдат от различно естество.

9. Много заболявания от даден клас протичат със сходна симптоматика, поради което е необходима задълбочена оценка на различни медицински показатели.

2.1.4. Съвременно състояние на проблема

Без претенции за пълнота ще разгледаме съвременните методи и средства за формализация и решение на задачата за МД.

В литературата са посочени много теоретични и практически резултати в областта на МД, които трудно се систематизират, поради големия обхват на работите.

Основни направления на разработките са:

- разработване на методи и програмни системи за диференциална диагностика;

- разработване на методи и програмни системи за статистическа обработка на диагностични състояния с цел повишаване нивото на медицинското знание;

- разработване на автоматизирани системи за обучение на студенти и млади специалисти в областта на диагностиката;

Автоматизираните системи за диагностика, които намират приложение в лекарската практика, нямат за цел да заменят труда на лекаря, а да обучават, консултират, подпомагат специалистите и студентите в процеса на поставяне на диагноза.

За формализация на задачата за МД се използват модели, които могат да се разделят в следните групи:

- модели на класическата математика;

- модели на изкуствения интелект.

Модели на класическата математика

Необходимостта от построяването на математически модел възниква от невъзможност за описание на някои аспекти в процеса на поставяне на диагноза и за оказване на помощ на лекарите при оценка на някои сложни и крайно променливи данни.

В моделите на класическата математика се гарантира получаването на решение с достатъчна степен на точност, при условие че входните данни и извършените пресмятания са също с голяма степен на точност. В математическите модели за

диагностика се използват математически формализми: диференциални уравнения, матрици и др.

Интересен е математическият модел² за диагностика на различни форми на вирусен хепатит В (остър и хроничен), който включва система от десет обикновени диференциални уравнения със закъсняващи аргументи. Параметрите на системата се уточняват на основата на статистически данни и медицинските показатели, отчитащи състоянието на пациента. Въз основа на предложения модел е възможно не само поставяне на диагноза, но и проследяване динамиката на размножаване на вируса в чернодробните клетки, отчитане имунната реакция на организма, която всъщност е задачата на клиничната имунология.

Парин³ описва разработени системи за диагностика, използващи модели на основата на теория на вероятностите, логиката на фазовия интервал, теория на матриците и др.

Същността на матричния модел се състои в следното: цялото знание, необходимо за диагностика на даден клас заболявания е представено в $n \times m$ матрица $A = (a_{ij})$, като всеки стълб съответства на симптом, а всеки ред - на диагноза от множеството от диагнози. Наличието на симптомите във всяка една диагноза е отразено бинарно. Елементът $a_{ij} = 1$ отразява наличието на симптома i в диагнозата j . Диагностичният процес се осъществява, като се търси съответствие между множеството от симптоми на пациента с редовете на матрицата A .

Съществуват различни варианти на посочения модел, в които се въвеждат тегла на симптомите и се вземат под внимание различни критерии за избор.

² Романюха А., Бочаров Г. Моделирование отдельных процессов иммунного ответа при вирусном гепатите на основе математической модели противовирусного ответа.

³ Парин В. Введение в медицинскую кибернетику. М, Медицина, 1986

За диагностика на заразни болести⁴ са предложени стохастични и детерминирани модели, в които се използват обикновени или частни диференциални уравнения, експоненциално, биномиално и нормално разпределение.

Динамичният характер на диагностичния процес позволява автоматизирането му. В книгата на Р. Ледли и Л. Ластед са предложени модели и системи за диагностика, приложими за ЕИМ.

Постижение на кибернетиката в областта на МД е разработването на диагностични машини на основата на математически модели. Засега все още няма разработена универсална диагностична машина. Машинна диагностика се използва с успех в спешната медицина, при вродени сърдечни пороци, при анализ и класификация на изследвания. В [8] са описани начина на действие, предназначението и структурата на диагностични машини (например диагностична система на института "А. В. Вишневски" към Академия на медицинските науки в РФ, използващи цифрова изчислителна техника, електронно - логически устройства и др.

Използването на методите на точната математика за моделиране на задачи за МД е съпроводено с ограничения, изкуствено въведена точност, идеализация и др., което намалява съответствието на модела към реалния процес на поставяне на диагноза.

Модели на изкуствения интелект

Усилията в областта на изкуствения интелект (ИИ) са насочени към търсене на универсални методи за решаване на сложни и неформализирани задачи, които отчитат специфични за човешкото мислене особености, в процеса на вземане на решение.

⁴ Бейли Н. Математика в биологии и медицине. М, Мир, 1980

Практическите разработки на ИИ- експертните системи (ЕС), имитират човешкото мислене при решаване на задачи от посочения тип на основата на професионално- ориентирани знания, предоставени от експерти. За представянето на знанията се използват формализми и евристични методи. Едно от основните предимства на ЕС е възможността за работа с несигурни, неточни, непълни данни и обработка на твърдения, за истинността, на които липсват гаранции. Работата в условия на неопределеност, несигурност налагат необходимост от разработване на различни формализми. За комбиниране на несигурни твърдения в ЕС Mysin Шортлиф въвежда коефициенти на увереност (КУ), отразяващи субективната увереност на лекаря във верността на даденото твърдение.

Правилото на Бейс е вероятностният подход към неточните разсъждения. Моделът за диагностика в условия на неопределености се базира на формулата на Бейс за апостериорна вероятност:

$$P(d_i / s_j) = \frac{P(d_i)P(s_j / d_i)}{\sum_k P(d_k)P(s_j / d_k)}$$

$P(d_i / s_j)$ - вероятността заболяването да е d_i при наличие на симптома s_j ;

$P(d_i)$ - вероятност заболяването да е d_i ;

$P(s_j / d_i)$ - вероятност за наличие на симптома s_j при условие, че заболяването е d_i ;

Определянето на априорните вероятности се базира на огромно количество информация, статистически изследвания и натрупан в практиката медицински опит.

Друг подход към неточните разсъждения, който се отклонява от класическата логика, е размитата логика на Заде.

Разработването на една действаща ЕС за МД е съпроводено с трудности, проблеми и изисква много време, което обяснява значително малкия им брой. Някои от най-популярните експертни системи за медицинска диагностика са следните:

MYSIN

Системата е разработена в Станфордския университет. Предназначена за диагностика и лечение на клас инфекциозни заболявания (различни форми на менингит). Базата знания се състои от правила от типа:

” Ако [условие], то [действие]”,
които са проверени съждения на специалисти, основани на теоретични и практически знания.

Неопределеностите и непълнотата на знанията се отчитат с помощта на КУ на Шортлиф. Системата реализира правдоподобни разсъждения на базата на неточна информация, като използва модел на приближена импликация, в който КУ указват верността на дадено евристично правило. Разсъжденията не са просто истини или лъжи, приписани са числови значения за истинност, зададени чрез КУ,менящ се в затворения интервал $[-1, 1]$, от абсолютно невярно до абсолютно вярно разсъждение.

Предпоставките са краен брой и са свързани със съюзите "и" и "или". Ако са свързани с логическата операция "и", то КУ е максималния КУ на предпоставките, а ако е "или", то КУ е минималния КУ на предпоставките. Правилата също имат КУ. Заключение се получава като произведение от КУ на предпоставките и правилото. Най-вероятна е диагнозата с най-висок КУ.

На базата на системата MYSIN са създадени ЕС, които използват методиката и средствата и. Извлечена е проблемно

независима част под формата на "празна" (empty) система, наречена ЕМУСIN, използвана успешно в редица сложни и неформализирани области на познанието. ЕС създадени на основата на ЕМУСIN са:

- PUFF-система за диагностика на белодробни заболявания. За събирането на данни се използва свързан към системата спирограф.

- CLOT-диагностика в хематологията, проследява измененията в състава на кръвта.

- NEOMYSIN - модификация, продължение на MYSIN, използва се за обучение на студенти. Системата борави с различни процеси (инфекциозен, травматичен, психогенен и др.) и използва обратна дедукция за потвърждаването на една хипотеза - "от долу на горе".

INTERNIST (CADUSEUS)

Предназначена за диагностика на вътрешни заболявания. Представянето на знания е чрез фреймове - всяко заболяване е набор от признаци, а всеки признак представлява "атомарна" единица, която свързва в едно - обект, признак и стойност. Разработката на системата е основана на причинно-следствените модели на заболяванията и се доближава до моделите на човешката мисловна дейност. Установява се връзка между конкретните заболявания и техните прояви. В резултат на това се ограничава множеството от алтернативни диагнози до набор от правдоподобни хипотези (в МД процесът е известен като диференциална диагноза). Най-вероятна е тази диагноза от набора хипотези, която най-пълно съответства на медицинските показатели на пациента. Системата не дава рекомендации за лечение.

CASNET

ЕС за диагностика, контрол и лечение на глаукома. Представянето на знания е чрез семантични мрежи - възлите представляват физиологични състояния, с тяхна помощ се формират хипотезите за заболяването, а дъгите са причинно-следствените връзки между състоянията. В системата заболяванията се разглеждат като процес (маршрут, верига), включващ преходи от едно в друго физиологично състояние. Сравняват се алтернативните вериги от изводи за получаването на диагноза.

ЕКСПЕРТИЗА

Системата ЕКСПЕРТИЗА е от така наречените „empty” системи и е предназначена за създаването на ЕС, за решаване на неформализирани задачи в различни проблемни области (задачи от типа на МД) . Представянето на знанията е чрез правила. Въведени са функции за проверка верността и изпълнимостта на условията в правилата - коефициенти на определеност, изменящи се в интервала [0,1]. Начинът на работа е заимстван от MYSIN.

МЕДИКОТОКС-КОНСИЛИУМ

Действаща ЕС, разработена в Шумен от група специалисти от различни предметни области (програмисти и лекари). Предназначена за диагностика, лечение и бърза ориентация в областта на спешната токсикология, включваща 2500 вида екзогенни отрови разпределени в 325 групи и 10 класа. Представянето на знания е чрез семантични мрежи. Системата подпомага решението на лекаря, предпазвайки го от грешки, генерира диагностични хипотези, прави избор на диагностична стратегия за клинично поведение и предлага правилно комплексно лечение. Разработката е разпространена у нас и в чужбина.

ЛЕДИ-Z

Системата е предназначена за диагностика на различни класове заболявания и съдържа знания на експерти от много области на медицината. Самостоятелно обработва голямо количество медицинска литература и история на заболяванията, структурира знанията, като се взема под внимание мнението на лекари-медици. За представянето на знанията се използват фреймове и семантични мрежи. Моделирането на задачата се базира на въведени четири множества: множество на основните понятия, на основните отношения, на връзките - свойства, на правилата. В системата са заложили 370 признаци, около 1000 свойства. БЗ на системата ЛЕДИ-2 успешно се използва при разработването на терапевтични диагностични ЕС, консултиращи лекарите в избора на лечение, като отчита широк кръг фактори от различни медицински области. Големият обем на БЗ позволява да се използва като справочник за обучение на студенти, система за повишаване квалификацията на лекарите, архив за история на заболяванията, съдържащ голямо количество статистически данни.

2.2. Формализация на задачата за медицинска диагностика

За решаването на задачата за МД е необходимо ключови понятия, отношения, действия, състояния на основните компоненти да се изразят чрез някакъв формализъм. За формализацията на задачата е необходимо:

- а) осмисляне на предметната област и разбиране природата на данните;
- б) определяне стойностите на данните, които съществено влияят на решението на задачата;

в) анализ на неопределеностите, съпровождащи процеса на решение;

г) избор на формализъм за описание на ненадеждните , непълни, несъгласувани данни;

д) създаване на модел, отразяващ семантиката на диагнозите, симптомите, знанията и способностите на лекаря;

е) формализация на задачата за МД, която ще позволи генерирането на решение и автоматизация на процеса.

За формализация на задачата за МД са дадени два метода, базирани на ТРМ. Определянето на диагнозата при първия метод се основава на въведена мяра за близост между пациент и диагноза при експертно зададени тегла на симптомите. При втория - чрез пресмятане на степента на принадлежност на пациент към размита диагноза при експертен избор на функциите за принадлежност и операцията за сечение на РМ.

2.2.1. Постановка на задачата за медицинска диагностика

Направеният анализ на медицинското знание дава възможност неформално задачата за МД да се формулирана по следния начин:

От множеството на всички диагнози $D = \{d_1, d_2, \dots, d_n\}$ да се определи най-разумната за пациента X , ако у него се наблюдават симптомите s_1, s_2, \dots, s_m

Мисловната дейност на лекаря в процеса на вземане на решение завършва с поставянето на диагноза, получена в резултат на размита импликация от вида:

Ако у пациента X се наблюдават симптомите s_{i1} и s_{i2} и ...и s_{iki} , то най-разумната диагноза е $d_i \in D$.

Пример:

Ако у пациента Х се наблюдава⁵:

- главоболие
- и отпадналост
- и суха кашлица
- и субфебрилна температура
- и дишането е везикуларно със сухи хрипове
- и перкусия на бял дроб, нормален тон
- и леко ускорена СУЕ
- и умерена левкоцитоза,

то диагнозата е остър бронхит.

Поради невъзможност от пълно формализиране на медицинското знание, вземането на решение е сложно, нееднозначно, свързано с много трудности и зависещо от субективни фактори. Този процес е източник на много неопределености, съпровождащи различните етапи на решение на задачата.

2.2.2. Видове неопределености в задачите за медицинска диагностика

Процесът на поставяне на диагноза е свързан със следните видове неопределености:

- неопределености, свързани с описанието на задачата;
- неопределености, свързани с медицинските показатели на пациента;
- неопределености, свързани със симптомите на заболяванията;

⁵ Симптоматен диагностичен справочник за вътрешните заболявания. Под ред. на Н. Бошев. С, Медицина и физкултура, 1988

- неопределености, свързани с мисловния процес на лекаря при поставяне на диагноза.

Неопределености, свързани с описанието на задачата

Неопределеностите при описание на задачата и проблемите, произтичащи от тях са неизбежни поради наличието на лингвистично зададени симптоми, величини и критерии за избор на диагноза. Използването на естествен език придава обобщен вид на информацията, която е неформализирана, представена предимно приблизително, чрез качествени понятия.

Пример: "При **остър** апандисит температурата е повишена, СУЕ ускорена, нивото на левкоцитите **значително се повишава**, при палпация на корема, **остра болка** в илео-цекалната област и т.н. "

Тези съображения ни позволяват да считаме описанието на задачата за размито.

Неопределености, свързани с медицинските показатели на пациента

Могат да бъдат:

- непълнота

Събрани са не всички възможни данни. Причините за това могат да бъдат обективни (липса на определена апаратура) и субективни. Например, при "снемане" на анамнезата се получава само част от информацията, лекарят не предявява еднакъв интерес към всички прояви на организма, обикновено подбира най-важните, най-съществените, даващи патологични отклонения, възможно е да не забележи някои слабо изразени симптоми.

- недостатъчност

Събрани са всички възможни данни, но те не са достатъчни за поставяне на диагноза. Например, при заболявания с продължително латентно развитие, откритите болестни прояви (симптомите) не са достатъчни за поставянето на диагноза. Недостатъчността на данните е свързана с непълнотата на постоянно развиващото се медицинско знание и води до нееднозначност на решението.

- неточност на данните

Неточността се дължи на технически грешки на уредите; закръгляне на резултатите; използване на цветни скали за отчитане стойностите на някои медицински показатели (захар в кръвта, захар в урината, и др.), които дават приблизителен, а не точен резултат; зрителни измами при разчитане на рентгенови снимки, при определяне общото състояние на болния. Неточността на данните е причина за ненавременното поставяне на диагноза. Например, при пациент с упорити болки в дуоденалната зона не е било възможно поставянето на диагноза „язва на дванадесетопръстника“. Изследванията не дават никакви рентгенологични доказателства за тази диагноза, поради което настъпва перфорация на язвата и пациентът е опериран. /Примерът е заимстван от лекар./

- противоречивост на данните

Една от причините за противоречивост на данните са неясните и неправилни отговори на болния. Пациента се заблуждава в преценката на отделните симптоми, смесва дати, време, продължителност и сила на проявената болка.

- размитост на данните

Дължи се на използването на качествени понятия за описание както на симптоми, така и на диагнози. Например: добро зрение, нормално общо състояние, остър апандисит и др.

Неопределености, свързани със симптомите на заболяването

Неопределеностите са свързани с:

- невъзможност точно да се определят нормалните граници на изменение на симптомите, за някои от които липсват числови стойности (жълто-кафяв цвят на урината, пигментирана кожа по устната лигавица и др.).

- използване на размити понятия за описание на наблюдаваните симптоми като:

- квантификатори, задаващи количествени и качествени мерки на симптомите (увеличен, намален, ускорен, продължителен, високо, ниско и др.) например: високо кръвно налягане, увеличен билирубин, ускорена утайка и др.;

- модификатори за уточняване на характеристиките на симптомите (значително, силно, много, малко, бързо, леко и др.), например силно ускорена утайка, леко повишаване на серумните аминотрансферази и др.;

- специфичната неформализирана медицинска терминология, съществуване по няколко термина за един и същ симптом и др.

Неопределености, свързани с мисловния процес на лекаря при поставяне на диагноза

Неопределеностите в процеса на вземане на решение за поставяне на диагноза са:

- размитост

Причината за размития характер на процеса за поставяне на диагноза е, че той е неформализиран, евристичен, лингвистично описан. Установявайки предпочитания в множеството от диагнози,

лекарят оперира с информация във вид на размити правила и отношения. Пространството на състоянията е многомерно и не може да се обхване практически. Използват се качествени понятия за сравнение и оценка на симптомите. Умозаклученията и изводите, обикновено субективни, са в резултат от не поддаващи се на формализация операции, основани на опита и интуицията, на съображения от типа на " здравия разум ". Обмяната на опит между специалистите (лекарите) е във вид на размити правила.

- неточност

Неточностите на мисловния процес се дължат на сложността и многообразието на симптомите, непознаването на нови методи за изследване, не еднозначността на решението. Знанията на лекарите са временни, възможно несигурни, без гаранция за правилност, непълни. Лекарите специализират в тясна и едностранчива област от медицината и по този начин те изпадат в "диагностична слепота" спрямо другите области.

От направените разсъждения следва, че задачата за МД е размита по постановка и се решава в размита среда, затова е уместно при решаването и да се използва ТРМ.

2.2.3. Моделиране на неопределеностите в задачите за медицинска диагностика

Формализацията на задачи чрез ТРМ предполага моделиране на основните параметри чрез размити множества. Построяването на математически модел на задачите за МД е свързано с представянето на симптомите на заболяванията чрез РМ.

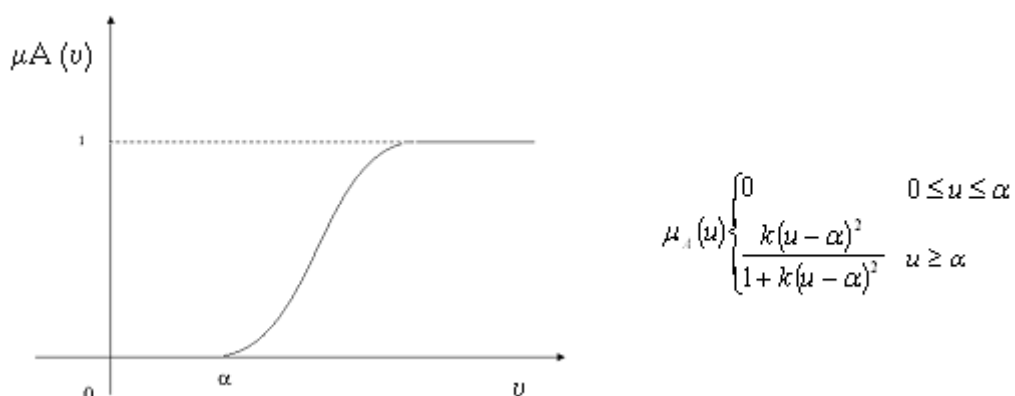
Анализът на симптомите на заболяванията ни позволява да ги класифицираме в следните групи:

- симптоми от вида размит интервал $\geq \alpha$;
- симптоми от вида размит интервал $\leq \beta$;
- симптоми от вида размито число $\approx \gamma$;
- симптоми от вида размит интервал $[\alpha, \beta]$;
- лингвистично зададени симптоми;
- модифицирани симптоми.

Тъй като изчерпващата характеристика на дадено размит множество е неговата функция за принадлежност, ще дадем примерен графичен и аналитичен вид на функциите за принадлежност на различните видове симптоми:

а) симптоми от вида размит интервал $\geq \alpha$

Такива симптоми са: повишен билирубин, увеличен хемоглобин, хиперпиретична температура, висока кръвна захар, ускорена утайка и др., получени чрез добавяне на квантификатори: увеличен, повишен, над нормата, повече от и др. към даден медицински показател. Те могат да бъдат моделирани чрез s образна ФП, чието графично и аналитично представяне е дадено на фиг. 2.1. Параметрите k, α се задават от експерт.

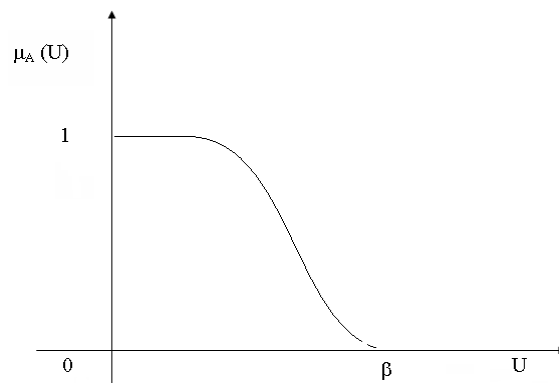


Фиг. 2.1. Представяне на симптоми от вида размит интервал $\geq \alpha$

б) симптоми от вида размит интервал $\leq \beta$

Например: субфебрилна температура, понижаване на левкоцитите, ниско ниво на кръвната захар и др., получени от медицински показател чрез добавяне на квантификатори от типа: понижен, под нормалната стойност, ниско и др.

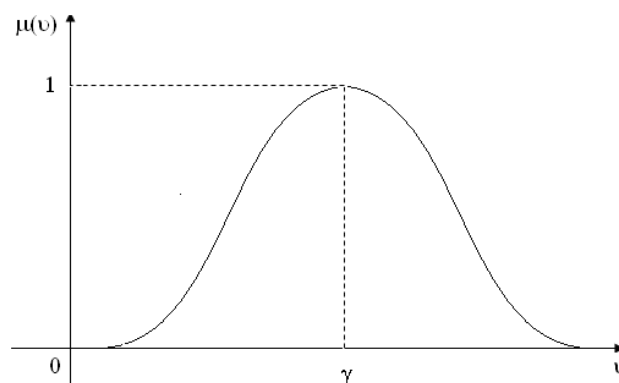
За моделиране на симптомите от този вид може да се използва ФП със следния графичен и аналитичен вид:



Фиг. 2.2. Представяне на симптоми от вида размит интервал $\leq \beta$

в) симптоми от вида размито число $\approx \gamma$.

Такива са например симптомите: относителна маса на урината около 1.010, стойностите на имуноглобулините близки до нормата, нормално кръвно налягане и др., получени чрез добавяне на квантификатори от вида: приблизително, около, близко до нормата към даден медицински показател. За моделиране на симптоми от този вид могат да се използват графично и аналитично зададени ФП от вида:

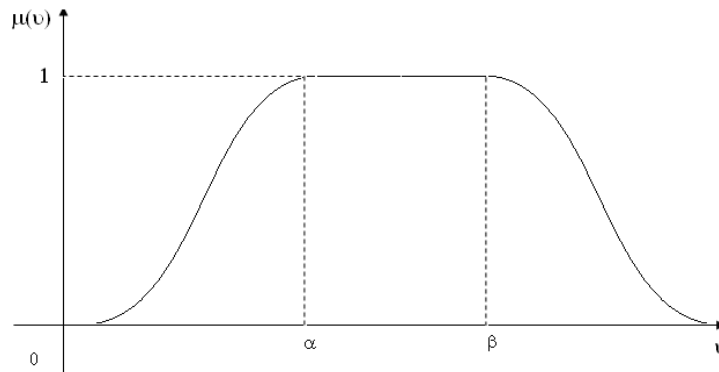


Фиг. 2.3. Примерно представяне на симптоми от вида размито число \approx

γ

г) симптоми от вида размит интервал $[\alpha, \beta]$

Например: нормално систолно налягане, нормално диастолно налягане и др. Видът на ФП за такъв вид симптоми е даден на фиг. 2.4:



Фиг. 2.4. Представяне на симптоми от вида размит интервал $[\alpha, \beta]$

Всички разглеждани дотук симптоми представляват РМ върху числов универсум. Съществуват симптоми, представляващи РМ от по-висок ред, които не са свързани с числови скали.

д) лингвистично зададени симптоми

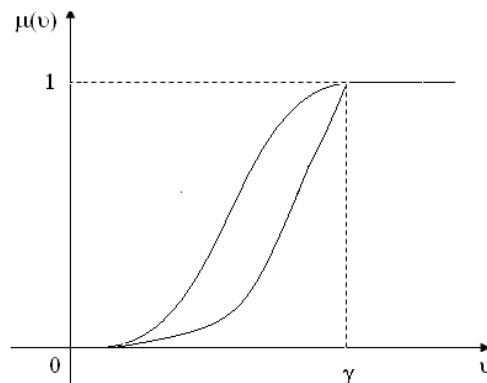
Симптоми от този тип са: главоболие, болка в корема, субиктер, зачервяване на лицето, отпадналост и др. В този случай медицинският показател, свързан със симптома, може да се разглежда като лингвистична променлива. За моделиране е необходимо построяването на терм-множество T от всички възможни стойности на медицинския показател. Предполагаме, че множеството е пълно и наредено. Например терм-множеството, съответстващо на медицинския показател "цвет на кожата" е:

$T = \{\text{бледа, бледоземлиста, сламеножълта, жълта, охра, розова, червено-циатонична}\}$

Всеки терм представлява симптом, който може да се моделира чрез размито множество. ФП се задава таблично от експерт.

е)модифицирани симптоми

В повечето случаи към симптомите от посочените видове са прибавени модификатори - не много, бързо, много, малко и др. Например: силно ускорена СУЕ, леко повишен уреен клирънс, силно увеличени глобулини и др. В такива случаи ФП може да се зададе чрез операциите концентрация и разтягане на РМ. Например, графичното представяне на ФП на симптомите увеличен билирубин и силно увеличен билирубин може да бъде следното:



Фиг. 2.5. Представяне на модифицирани симптоми чрез операциите концентрация и разтягане на РМ

Предложеният метод за моделиране на размитите симптоми на заболяванията чрез апарата на ТРМ, дава възможност за формализация и решение на задачи от такъв клас.

2.2.4. Формализация на задачата за медицинска диагностика

За да построим формален модел на задачата за поставяне на диагноза допускаме следното:

1. Всички заболявания могат да се разбият на класове със сходна симптоматика.

2. Всеки клас заболявания може да се охарактеризира с група симптоми.

3. Без ограничение на общността допускаме, че всеки симптом може да се разглежда като РМ от 1 тип, ако е свързан с числов универсум, или от по-висок тип в противен случай. Например, симптомът {увеличен билирубин}, свързан с числов универсум (35,50), може да се разглежда като РМ от първи тип, а симптомът {пигментирана кожа} представлява РМ от по-висок ред.

Допусканията, които правим, не противоречат на лекарската практика и не ограничават общността на задачата.

Въвеждаме следните означения:

$D = \{d_1, d_2, \dots, d_m\}$ - крайно, непразно, дискретно множество от диагнози, свързани с даден клас заболявания.

$S = \{s_1, s_2, \dots, s_m\}$ - крайно, непразно, дискретно множество от симптоми, характеризиращи дадения клас заболявания.

$X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ - пациентът, зададен чрез медицинските си показатели x_i , броят на които е най-много равен на броя на симптомите.

Всеки медицински показател на пациента x_i е дефиниран върху числова или лингвистична скала U_i .

Пример:

Показател	Скала
билирубин	3.4 - 21.0 $\mu\text{mol/l}$
захар в кръвта	2.67 - 6.5 $\mu\text{mol/l}$
общо състояние	{добро, запазено, леко увредено, увредено, тежко}

Съгласно допускането, всеки симптом s_i може да се разглежда като размито множество над универсума U_i с ФП:

$$\mu_{s_i} : U_i \rightarrow [0, 1]$$

Ако стойността на медицинския показател x_i за пациента X е a_i , т.е. $x_i = a_i \in U_i$, то $\mu_{s_i}(a_i) \in [0,1]$ представлява степен на принадлежност на X към РМ s_i . Мярата $\mu_{s_i}(a_i)$ представлява количествена оценка за близост на пациента X към симптома s_i и дава възможност да се прецени доколко симптома s_i се наблюдава у пациента X .

Всяка диагноза d_i може да се представи като сечение на размитите симптоми:

$$d_i \Rightarrow s_{i_1} \cap s_{i_2} \cap \dots \cap s_{i_{k_i}}, s_i \Leftarrow S$$

с функция на принадлежност:

$$\mu_{d_i} : U_{i_1} \times U_{i_2} \times \dots \times U_{i_{k_i}} \rightarrow [0,1]$$

$$\mu_{d_i}(X) = \mu_{s_{i_1}}(x_{i_1}) * \mu_{s_{i_2}}(x_{i_2}) * \dots * \mu_{s_{i_{k_i}}}(x_{i_{k_i}}),$$

където $*$ е експертно избрана операция за моделиране на семантиката на операцията сечение на размити множества.

Ако за пациента X са известни стойностите на медицинските показатели $X(a_1, a_2, \dots, a_n)$, то степента на принадлежност на пациента X към размитата диагноза d_i ще се зададе чрез:

$$\mu_{d_i}(X) = \mu_{s_{i_1}}(a_{i_1}) * \mu_{s_{i_2}}(a_{i_2}) * \dots * \mu_{s_{i_{k_i}}}(a_{i_{k_i}}),$$

и ще представлява количествена оценка за съответствието на пациента към диагнозата d_i .

Интуитивно е ясно, че операцията $*$ трябва да отговаря на следните изисквания:

1. Ако $\mu_{s_{i_j}}(a_{i_j}) = 0$ за $j = 1 \div k_i$, то $\mu_{d_i}(X) = 0$, т.е. ако у пациента не се наблюдава нито един симптом, свързан със диагнозата d_i , то той не може да получи такава диагноза.
2. Ако $\mu_{s_{i_j}}(a_{i_j}) = 1$ за $j = 1 \div k_i$, то $\mu_{d_i}(X) = 1$, т.е. ако всички

симптоми, определящи диагнозата d_i , са налични у пациента, то неговата диагноза е d_i .

3. Ако съществува поне едно $\mu_{s_{ij}}(a_{i_j}) \in (0,1)$, $j=1 \div k_i$, то $\mu_d \in (0,1)$.

4. Монотонност: ако симптомите на d_i у пациента X_1 са по-силно изявиени, отколкото у пациента X_2 , то по-вероятно е X_1 да е болен от d_i , отколкото X_2 , т.е. $\mu_{d_i}(X_1) \geq \mu_{d_i}(X_2)$.

Най-разумната диагноза може да се получи от:

$$\max_{1 \leq j \leq n} (\mu_{d_1}(X), \mu_{d_2}(X), \dots, \mu_{d_n}(X)), \quad d_i \in D,$$

т.е. това е диагнозата, към която пациентът X има максимална степен на принадлежност.

Като вероятни могат да се разглеждат всички диагнози, за които степента на принадлежност на пациента е по-голяма от някакъв експертно зададен праг α .

Множеството на вероятните диагнози се определя от :

$$\{d_i \in D : \mu_{d_i}(X) \geq \alpha\}$$

Разгледаният метод дава възможност за поставяне на диагноза чрез пресмятане на степените на принадлежност на пациента към всички диагнози от даден клас, представени като сечение на размити симптоми и избор на максималната от тях. За определяне на множеството от значими диагнози е необходимо да се избере праг на значимост (например $\alpha = 0.7$).

При различна интерпретация на основните параметри на задачата е възможно да се даде друг метод за формализация и решение на задачата за МД. Същността на втория метод се състои в задаване на мяра за близост между пациент и диагноза,

дефинирани в едно и също декартово произведение на размитите симптоми.

Анализът на медицинското знание показва, че всяка диагноза d се определя като съвкупност от размити симптоми:

$$d = d(s_1, s_2, \dots, s_n).$$

От друга страна, болестното състояние на пациента X също се определя от наличието на определени симптоми, поради което:

$$X = X(s_1, s_2, \dots, s_n).$$

Всеки симптом s_i може да се разглежда като РМ върху някакъв универсум U_i , представляващ числова или лингвистична скала.

Означаваме чрез:

$$S = s_1 \times s_2 \times \dots \times s_n$$

декартовото произведение на размитите симптоми s_i . Формално S представлява многомерно хомогенно РМ върху декартовото произведение $U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$, с векторно-значна ФП:

$$\mu: U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n \rightarrow [0,1]^n$$

Практиката показва, че симптомите влияят по различен начин върху заболяванията. Тогава, за всяка диагноза $d \in D$ в резултат на експертна оценка може да се зададе вектор:

$$(t_1, t_2, \dots, t_n) \quad t_i \in [0,1]$$

където t_i е тегло на s_i - тия симптом.

Семантиката на t_i отразява колективното лекарско мнение за влиянието на симптома s_i върху диагнозата d . Стойността $t_i = 0$ означава, че при диагноза d симптомът s_i не се наблюдава, $t_i = 1$ - задължително присъства. Всички междинни стойности в интервала $[0,1]$ отразяват по-слабото или по-силното влияние на симптома

върху диагнозата. Тогава, (t_1, t_2, \dots, t_n) може да се разглежда като векторно-значна степен на принадлежност на d към $PM S$:

$$\mu(d) = (t_1, t_2, \dots, t_n)$$

получена в резултат на обработка на експертното мнение.

От друга страна е известно субективното лекарско становище за наличие на симптома s_i у пациента X . Ако вместо лингвистичната бинарна оценка:

$$\{\text{симптомът липсва, симптомът е налице}\} \approx \{\text{не, да}\},$$

разгледаме размита оценка за наличност $p_i \in [0, 1]$ на симптома s_i у пациента X , то за всеки пациент векторът (p_1, p_2, \dots, p_n) , $p_i \in [0, 1]$, ще представлява векторнозначна степен на принадлежност на X към S :

$$\mu(X) = (p_1, p_2, \dots, p_n)$$

получена от лекаря след преглед на пациента.

Семантиката на коефициента p_i се определя от субективната увереност на лекаря, че симптомът s_i се наблюдава у пациента X . Ако $p_i = 0$, то симптомът липсва, $p_i = 1$ означава, че симптомът е налице, всички останали стойности между 0 и 1 отразяват субективната преценка на лекаря за наличност на симптома у пациента.

Интуитивно е ясно, че степента на близост на пациента към диагнозата може да служи като критерий за определяне на заболяването.

По такъв начин задачата за поставяне на диагноза се свежда до определяне на степента на близост между два елемента X и d , принадлежащи на едно и също $PM S$.

Като мяра за близост може да се използва нормираното разстояние между пациент и диагноза, зададено чрез степените им на принадлежност към PM на симптомите s :

$$\delta(X, d) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |t_i - p_i|$$

Въведената мяра е разстояние, т.к. удовлетворява условията:

- 1) неотрицателност- $\delta(X, d) \geq 0$
- 2) симетричност- $\delta(X, d) = \delta(d, X)$
- 3) неравенство на триъгълника.

Най - разумната диагноза може да се определи от:

$$\text{MIN} (\delta(X, d_1), \delta(X, d_2), \dots, \delta(X, d_n)) \quad d_i \in D,$$

т.е., това е най-близката до пациента диагноза.

Множеството на вероятните диагнози може да се зададе чрез:

$$\{d_i \in D: \delta(X, d_i) \leq \alpha\}$$

където α е експертно зададен праг на значимост.

Предложените методи за формализация на задачата на МД дават възможност за определяне на диагнозата на пациент по наблюдаваните симптоми и позволява автоматизиране на процеса. От съществено значение за правилното определяне на диагнозата са определянето на ФП, задаването на операцията за свиване на РМ и теглата на симптомите, които се задават чрез обработка на експертното мнение.

Разгледаните методи за формализация позволяват автоматизиране на процеса на диагностика.

2.3. Архитектура на размита система за медицинска диагностика

Натрупването на практически опит при разработка на системи, работещи в размита среда, въвеждането на лингвистичен подход към задачи за избор на решение, дават възможност за автоматизация при обработка на лингвистична информация.

Разработените системи за избор на решение служат като своеобразен интерфейс между експерта и изчислителната машина, давайки му възможност в процеса на диалог да формира своите предпочитания.

Разработването на автоматизирани системи за медицинска диагностика е задача с изключителна важност за лекарската практика. Предложената архитектура на размита система за МД използва резултатите от формализацията на задачата. Терминът "размита" е заимстван от западната литература, където се използва за означаване на експертни и базирани на знания системи, използващи размити формализми (размити множества и размита логика).

2.3.1. Възможност за автоматизиране на процеса на поставяне на диагноза

Съображенията, поради които е възможно автоматизирането на процеса, са следните:

1. Формализацията на задачата изисква знания от ограничена област на човешката дейност, които по-лесно могат да бъдат осмислени и структурирани.

2. Съществуват високо квалифицирани специалисти, които са способни на естествен език да обяснят стратегията, която следват и съображенията, от които се ръководят, в процеса на поставяне на диагноза.

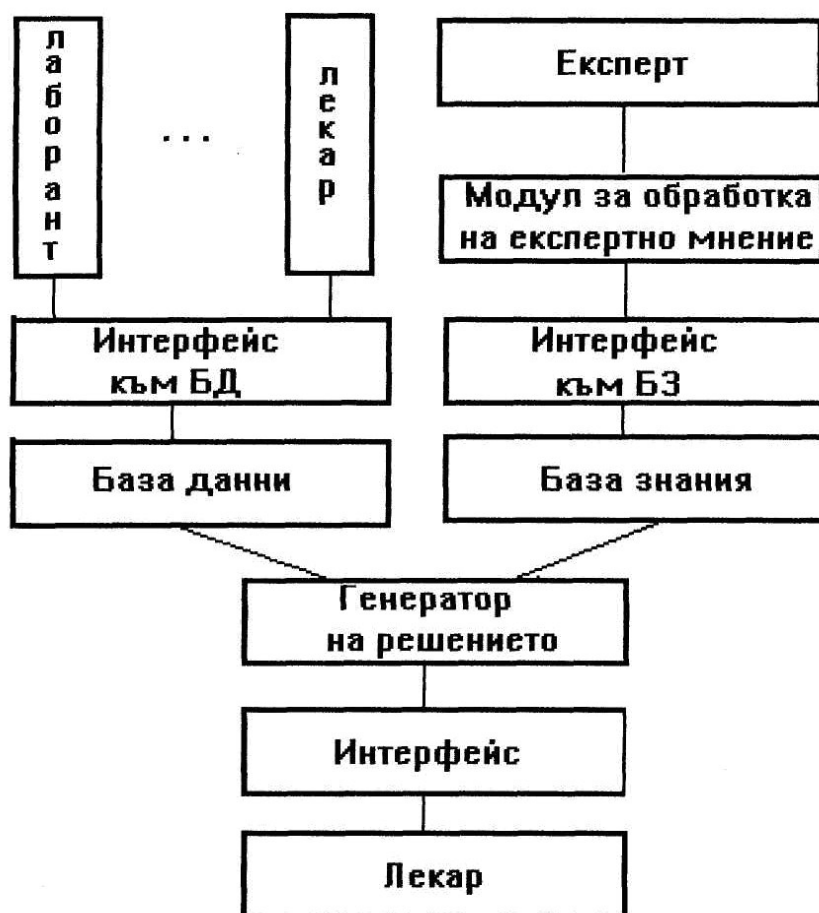
3. ТРМ дава възможност за построяване на адекватен модел на задачата, който допуска програмна реализация.

Дадените методи за формализация и решение на задачата за МД чрез ТРМ позволяват автоматизиране на процеса на поставяне на диагноза, чрез задаване на ФП и пресмятане на степените на

принадлежност на пациента към размитите симптоми или чрез задаване на теглата на симптомите, наблюдавани в пациента и влияещи на диагнозата. На тази основа може да се разработи основана на експертни знания размита система за автоматизирано поставяне на диагноза. Предложената архитектура на размита система за МД използва резултатите от първия метод за формализация на задачата.

2.3.2. Примерна архитектура на размита система за медицинска диагностика

Примерна архитектура на такава система е дадена на фиг. (3.6):



Фиг. 2.6. Архитектура на размита система за МД

Предназначението на основните структурни елементи е следното:

- **Базата данни** съдържа информация за текущото състояние на предметната област. В нея се въвеждат идентификационни данни и стойностите на медицинските показатели, получени при лабораторни изследвания и наблюдения на пациента. Задължителна е проверката за непротиворечивост на данните чрез сравнение с еталонни скали за изменение на показателите. За създаване на БД може да се използва готова СУБД.

- **Базата знания** акумулира знанията и уменията на експерта за решаване на задачи от дадена предметна област. Основно нейно съдържание са функциите за принадлежност, които представляват формализиран опит на експерта за оценка на състоянието на пациента. Функциите за принадлежност за всеки симптом, свързан с дадения клас заболявания, могат да се зададат таблично, графично или аналитично.

Попълването на БЗ е основен проблем при разработката на системи от разглеждания вид. Извличането на знания от експерта за построяване на ФП на размитите симптоми е задача от съществена трудност. Например, за диагностирането на клас от 50 заболявания, зависещи от 20 симптома, е необходимо да се зададат 1000 ФП, което е сравнимо с броя на правилата в средно големите ЕС. В справочника [10] са описано 400 вътрешни болести, зависещи от около 2000 симптома. Очевидно е, че разработката на система за диагностика на вътрешни болести е непосилна задача, което обяснява наличието на медицински системи за диагностика в много тесни области, например система за разпознаване на 5 вида коми.

Модулът за обработка на експертно мнение се включва в случай, че се използва мнение на група експерти. Представлява програмна реализация на методи за обработка на експертно мнение.

- **Генератор на решението**

Предназначението му е:

1. Да извърши проверка за недостатъчност, непълнота на данните в БД. При установяване на такава ситуация, в процес на диалог с потребителя се изяснява реакцията на системата, която може да бъде:

- прекратяване на работата;

- въвеждане на липсващите данни;
- заместване на липсващите данни с максимално лоши или средностатистически стойности;
- присвояване на неопределена стойност на медицинския показател.

2. На основата на данните за пациента (БД), експертно зададените ФП (БЗ) и експертно избраната операция за сечение на РМ, да пресметне степените на принадлежност на пациента X към всички диагнози от разглеждания клас заболявания D .

3. Да определи най-разумната диагноза чрез избор на максималната степен на принадлежност на пациента към размитите диагнози.

4. При необходимост да определи множеството от вероятни диагнози, степента на принадлежност към които е по-голяма от експертно зададен праг α .

Функциониране на системата

Работата на системата може да се раздели на следните етапи:

1. Попълване на БЗ чрез консултации с експерт.
2. Въвеждане на идентификационни данни за пациента и стойностите на медицинските показатели, получени от проведените лабораторни изследвания, или при снемане на анамнеза от лекаря.
3. Генериране на решението.
4. Извеждане на резултатите в удобен за потребителя вид.

Трудности при реализация

Системи от разглеждания клас са трудни за реализация, тъй като са обемни и изискват продължителен труд на висококвалифицирани специалисти от различни области на

човешкото знание. В литературата са посочени приложения, за разработването на които са изразходвани 10-30 човекогодишни труд.

Съществена трудност при практическата им разработка е експертният избор на функциите за принадлежност и операцията за моделиране на семантиката на сечение на размити множества. Лошият им избор може да доведе до получаване на грешни резултати. За преодоляване на такава ситуация е необходима настройка на системата чрез консултации с експерт.

3. ПЕДАГОГИЧЕСКА ДИАГНОСТИКА. РАЗМИТА ИНТЕРПРЕТАЦИЯ НА РЕЗУЛТАТИ ОТ КРИТЕРИАЛНО ОРИЕНТИРАНО ТЕСТИРАНЕ

3.1. Педагогическа диагностика. Характеристика и методи

Педагогическата диагностика (ПД) е сравнително ново научно направление, интересът към което в последните 50 години съществено нараства и се изразява в многобройни публикации, разработка на софтуерни продукти, организация на конференции, работни срещи, семинари за обучение на специалисти и др. Наименованието и е свързано с името на К. Х. Ингенкамп, който за пръв път в европейската литература го употребява като еквивалент на английското Educational Measurement.

Педагогическата диагностика⁶ е научна дисциплина, която се занимава с теорията и практиката на създаване и използване на диагностични методи и средства за оптимизация на педагогическия процес.

Като научно направление, ПД е насочена към отразяване, чрез адекватни понятия и термини на многообразната педагогическа действителност. **Обект на изследване** е педагогическото познание, получено при използване на диагностични методи и средства за установяване на състоянието и тенденциите в развитието на личността в резултат на педагогическото въздействие в курсове, школи, семинари, образователни институции и др., в които участват различни по възраст, образование и социална ангажираност лица.

⁶ Педагогическа диагностика. /под редакцията на Бижков Г. София, Народна просвета, 1988

Предмет на ПД е теоретичното изучаване и практическото провеждане на диагностичен процес, свързан с установяване на състоянието, изясняване на причините и условията му, разкриване на тенденциите и перспективите в развитието на личността, в резултат на педагогическо въздействие. Съдържанието на този процес включва измерване и на тази основа анализ и оценка на резултатите и протичането на учебно-възпитателния процес във всички негови форми.

Повишеният интерес към педагогическите измервания и свързаните с тях дейности, инициативи и организации се определя от нарасналата обществена необходимост от разработката на количествени методи и средства за измерване, оценка и усъвършенстване на образователните системи. Изследователският диагностичен инструментариум на ПД се променя много динамично. Заедно с традиционните методи (тестове, анкети, проективни методи и др.), педагогическата наука адаптира и използва много нови методи като анкетиране (от социологията), социометрията (от социалната психология), моделирането (от кибернетиката), анализ на съдържанието (от психолингвистиката), различни количествени математически и статистически методи.

В световен мащаб непрекъснато се разработват и се използват в практиката разнообразни тестове за измерване компетентността на кандидатите, ценностни ориентации, мотивация, личностни качества и др. Основна цел на анкетирането е получаване на количествена оценка на качествата, които трябва да притежава даден кандидат за изпълнение на конкретни задачи. Част от придобилите световна известност тестове имат общ характер, други са свързани с оценка на специфични качества на кандидатите, например:

- Тест за определяне на умствените способности по скалата на Александър, по скалата на Бине Симон, тест на Отис и др.;
- Тест за оценка на способностите за запаметяване по скалата на Велс, по скалата на Вешлер;
- Тестове за оценка на внимание, възприятие, механическото разбиране;
- Тест за сексуалните нагласи на Роршах, тест на Равен и др.

3.2. Анализ и формализация на задачата за оценка на резултатите от критериално ориентирани тестове

Важен клас задачи на педагогическата диагностика са задачите за оценка на резултатите от критериално ориентирани тестове⁷, които се използват за установяване на индивидуалния статус на изследваното лице или група спрямо определена поведенческа област.

Приложимостта на теорията на размитите множества за моделиране на такъв клас задачи се определя от следното:

1. Предмет на оценката са качествени признаци и понятия, които трудно се поддават на количествена оценка, например:
 - наблюдателност;
 - емоционална стабилност;
 - общителност;
 - емоционална интелигентност
 - мотивация и др.

⁷ Стоянова Ф. Приложение на теорията на размитите множества в областта на критериално ориентираното тестиране. Българско списание по психология, № 1, 1992

2. В резултат на анкетирането се поставят диагнози, определени лингвистично. Например “тревожността” се определя [11] по 5-степенна лингвистична скала:

- нетревожни;
- със слабо изразена тревожност;
- със средно изразена тревожност;
- с повишена тревожност;
- със силно изразена тревожност.

3. Изборът на въпроси в теста е експертен и силно зависи от компетентността на експертите, опита им в дадената област и др.

4. Интерпретацията на резултатите от теста се базира на знанията на експертите, които често са неформализирани, евристични, изменчиви във времето и варират в широкия диапазон от “съображения на здравия смисъл” до формални теоретични постановки.

Тези съображения ни дават възможност да заключим, че параметрите на този клас задачи имат размит характер, а процесът на вземане на решение е силно зависим от субективни фактори. Поради тези причини, за формализация може да се използва TRM.

За целта въвеждаме следните означения:

$X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ – крайно, дискретно, непразно множество от подлежащи на оценка в резултат на тестване индивиди;

D – непразно, дискретно или непрекъснато множество от диагнози;

$T = \{t_1, t_2, \dots, t_m\}$ – експертно зададен тест, $t_j, j=1,2,\dots,m$ – въпроси от теста;

$R = \parallel r_{ij} \parallel$, $i=1,2,\dots,n$, $j=1,2,\dots,m$ – матрица, съдържаща резултатите от теста; $r_{ij} \in L$ е отговор на x_i -тия анкетиран на t_j -тия въпрос;

L – непразна, дискретна или непрекъснатата скала от стойности на отговорите.

Независимо от многото модели, които могат да бъдат предложени за формализация на задачите от интересуваният ни клас (размита класификация, многокритериален избор и др.), най-голяма смислова близост с лингвистичния модел за вземане на решение можем да постигнем, ако го разглеждаме като задача за диагностика от вида;

$\langle X, T, L, R, D \rangle$,

със следната формулировка: за всеки анкетиран $x_i \in X$, да се определи диагнозата $d \in D$ на основа на резултатите R от теста T , зададени в скалата L .

Формално това означава да се намери еднозначно изображение:

$\Omega: X \rightarrow D$

на множеството от анкетираните X в множеството на диагнозите D , определено от R , T и L , при което на всеки елемент $x_i \in X$ се съпоставя точно един елемент $d \in D$.

3.3. Размита интерпретация на резултати от критериално ориентирано тестване

Правим следните допускания:

1. Предполагаме, че всеки въпрос t_j , $j=1,2,\dots,m$ от теста T може да се разглежда като РМ над универсума X . Анализът на въпросите в [11, стр. 235]:

- “Бързо се уморявам”
- “Нямам търпение”
- “Вътрешно съм неспокоен” и др.,

доказва, че допускането не противоречи на реалната практика, тъй като множествата на {“неспокойните”}, {“нетърпеливите”}, {“бързо уморяващите се”} са РМ над произволна група анкетирувани.

2. Допускаме, че всеки анкетиран може да избира отговорите на въпросите от теста от скала, която може да бъде:

- Линейна наредба $L = \{l_1, l_2, \dots, l_k\}$, отговаряща на изискванията за крайност и пълнота;
- Интервал $[0,1]$.

Повечето от използваните в практиката скали са сводими към тези две чрез еднозначно преобразование. Освен това, практиката показва, че повечето анкетирувани се затрудняват да дадат еднозначен отговор {да, не} на въпросите от теста, поради което използването на скала, различна от бинарната, повишава адекватността на модела.

3. Диагнозите, получени в резултат от обработка на отговорите на въпросите от теста могат да бъдат зададени чрез:

- Линейна наредба $D = \{d_1, d_2, \dots, d_k\}$;
- Интервал $[0,1]$, показващ интензитета на изследвания признак.

4. Интерпретацията на отговора $r_{ij} \in L$ на x_i -тия анкетиран на t_j -тия въпрос може да се разглежда като субективна мяра за съвместимост на x_i с понятието, смисълът на което се формализира чрез РМ t_j и следователно представлява степен за принадлежност на x_i към t_j , т.е.:

$$r_{ij} = \mu_{t_j}(x_i), \quad i=1,2,\dots,n, \quad j=1,2,\dots,m,$$

където:

$$\mu_{t_j} : X \rightarrow L, j=1,2,\dots,m,$$

е функция за принадлежност към РМ t_j над универсума X

Тогава:

$$\mu : X \rightarrow L^m,$$

където:

$$\mu(x) = (\mu_{t_1}(x), \mu_{t_2}(x), \dots, \mu_{t_m}(x)),$$

представлява векторнозначна функция за принадлежност към хомогенното РМ, зададено чрез декартовото произведение на размитите въпроси $\tilde{T} = t_1 \times t_2 \times \dots \times t_m$

Отговорите $r_{ij}, j=1,2,\dots,m$, на индивида $x_i \in X$ на въпросите $t_j, j=1,2,\dots,m$, на теста T формират векторно-значна степен на принадлежност на x_i към РМ $t_1 \times t_2 \times \dots \times t_m$ над X :

$$\mu(x_i) = (r_{i1}, r_{i2}, \dots, r_{im}), x_i \in X, i=1,2,\dots,n,$$

която представлява индивидуална мяра за съвместимост (съответствие, близост) на индивида с размитите въпроси на теста.

Съответствието на елемента $x_i \in X$ към всички РМ едновременно може да се разглежда като степен за принадлежност към РМ

$$\tilde{T} = t_1 \times t_2 \times \dots \times t_m,$$

с функция на принадлежност:

$$h : L^m \rightarrow [0,1]$$

$$h(x) = \mu_{t_1}(x^1) * \mu_{t_2}(x^2) * \dots * \mu_{t_r}(x^r),$$

$$h(x_i) = r_{i1} * r_{i2} * \dots * r_{im}, x_i \in X, i=1,2,\dots,n,$$

където $*$ е означение за някаква операция над РМ и се задава на основата на анализ на експертното разсъждение за вземане на решение, а $x^j, j = 1, 2, \dots, r$ е базова променлива на универсума, съответстващ на РМ t_j .

Например, ако вземането на решение се базира на размита импликация от вида:

<ако анкетираният:

„лесно се уморява”

и „няма търпение”

и „вътрешно е неспокоен”

то той е невротичен> ,

то операцията * ще моделира сечение на РМ, а пресмятането на $h(x_i)$, $x_i \in X$, ще се извърши чрез експертно избрана операция за свиване.

При моделирането на размитите въпроси чрез РМ и операции над тях, важат следните съображения. Ако базовите променливи на РМ са еднакви или свързани (което може да се определи само интуитивно поради спецификата на въпросите), могат да се използват обобщените операции на Заде, при невзаимодействащи променливи – итеративно прилагане на някоя от Т- нормите или Т- конормите .

От практически съображения следва, че h трябва да удовлетворява следните ограничения:

- $h(0,0,\dots,0) = 0$;
- $h(1,1,\dots,1) = 1$;
- монотонност;
- асоциативност;
- комутативност;
- неиденпотентност.

Търсеното изображение Ω , при различен избор на скалата L и множеството от диагнози D , може да бъде представено по един от следните начини:

1. $L = \{l_1, l_2, \dots, l_k\}$, $D = \{d_1, d_2, \dots, d_k\}$:

$$\Omega : X \xrightarrow{\mu} L^m \xrightarrow{f} [0, 1]^m \xrightarrow{h} [0, 1] \xrightarrow{\varphi} D;$$

2. $L = \{l_1, l_2, \dots, l_k\}, D = [0, 1]$

$$\Omega : X \xrightarrow{\mu} L^m \xrightarrow{f} [0, 1]^m \xrightarrow{h} [0, 1]$$

3. $L = [0, 1], D = \{d_1, d_2, \dots, d_k\}$:

$$\Omega : X \xrightarrow{\mu} [0, 1]^m \xrightarrow{h} [0, 1] \xrightarrow{\varphi} D;$$

4. $L = [0, 1], D = [0, 1]$

$$\Omega : X \xrightarrow{\mu} [0, 1]^m \xrightarrow{h} [0, 1],$$

описващи четири различни преобразувания за получаване на диагноза.

Използваните означения са следните:

- $\mu : X \rightarrow L^m$, или $\mu : X \rightarrow [0, 1]^m$, - векторно – значна функция за принадлежност към декартовото произведение на размитите въпроси $t_1 \times t_2 \times \dots \times t_m$;

- $f : L \rightarrow [0, 1]$ – експертно зададено съответствие между лингвистичната скала L и числовата $[0, 1]$;

- $h : [0, 1]^m \rightarrow [0, 1]$ – функция за принадлежност към $t_1 * t_2 * \dots * t_m$

- $\varphi : [0, 1] \rightarrow D$ – експертно зададена множествена функция.

Търсеното изображение се получава чрез композиция на μ, f, h, φ .

3.4. Пример за използване на метода

За демонстрация на метода ще използваме част от въпросите на теста за невротичност на проф. Ташев [11, стр. 235].

Нека са дадени:

- Множество от анкетираните $X = \{x_1, x_2, x_3\}$;
- Експертно зададен тест $T = \{t_1, t_2, t_3, t_4, t_5\}$ където:
 - $t_1 = \{\text{вътрешно съм неспокоен}\}$;
 - $t_2 = \{\text{лесно се ядосвам}\}$;
 - $t_3 = \{\text{тъжен съм без причина}\}$;
 - $t_4 = \{\text{чувствам болка и тежест в сърдечната област}\}$;
 - $t_5 = \{\text{не мога да се радвам}\}$.
- Скала от отговори $L = \{l_1, l_2, l_3, l_4, l_5\}$, където:
 - $l_1 = \text{“абсолютно невярно”}$;
 - $l_2 = \text{“повече невярно, отколкото вярно”}$;
 - $l_3 = \text{“колкото вярно, толкова невярно”}$;
 - $l_4 = \text{“повече вярно, отколкото невярно”}$;
 - $l_5 = \text{“абсолютно вярно”}$.
- Диагнози $D = \{d_1, d_2, d_3\}$, където:
 - $d_1 = \text{нормален}$;
 - $d_2 = \text{предневротичен}$;
 - $d_3 = \text{невротичен}$.

Нека в резултат от анкетирането е получена матрица с отговори от вида:

Табл. 3.1. Матрица на отговорите на анкетираните към размитите въпроси на теста

$R = \parallel r_{ij} \parallel$	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5
x_1	l_4	l_5	l_3	l_5	l_2
x_2	l_2	l_3	l_1	l_2	l_2
x_3	l_1	l_1	l_2	l_2	l_1

Ако зададеното от експерта $f : L \rightarrow [0, 1]$ има вида:

Табл.3.2. Експертно зададено съответствие между лингвистична и числова скала

l_1	l_2	l_3	l_4	l_5
0	0.25	0.5	0.75	1

то получаваме следната преобразувана матрица:

Табл.3.3. Модифицирана матрица на отговорите на анкетираните към размитите въпроси на теста

R'	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5
x_1	0.75	1	0.5	1	0.25
x_2	0.25	0.5	0	0.25	0.25
x_3	0	0	0.25	0.25	0

Ако в качеството на операцията $*$ експертът е избрал претеглена сума, то степените на принадлежност $h(x_i)$ на анкетираните x_1, x_2, x_3 към РМ $T^* = t_1 * t_2 * \dots * t_m$ ще бъдат съответно:

$$h(x_1) = 1/5(0.75+1+0.5+1+0.25) = 0.7$$

$$h(x_2) = 1/5(0.25+0.5+0+0.25+0.25) = 0.25$$

$$h(x_3) = 1/5(0+0+0.25+0.25+0) = 0.1$$

Нека зададената от експерта множествена функция $\varphi(x)$ има вида:

$$\varphi(x) = \begin{cases} d_1, & \text{ако } x \in [0, 0.1]; \\ d_2, & \text{ако } x \in (0.1, 0.3]; \\ d_3, & \text{ако } x \in (0.3, 1], \end{cases}$$

то можем да поставим следните диагнози:

- диагнозата на x_1 е невротичен;
- диагнозата на x_2 е предневротичен;
- диагнозата на x_3 е нормален.

3.5. Втори метод за формализация на задачи от педагогическата диагностика

В предния параграф описахме един от възможните начини за формализация на задачи за ПД, базирана на критериално ориентирани тестове. При различна интерпретация на основните параметри е възможно да се даде друг модел на разглеждания клас задачи и съответно друг начин на решение. За целта въвеждаме следните означения:

X - крайно, непразно, дискретно множество от подлежащи на оценка в резултат на анкетиране индивиди;

D - крайно, непразно, дискретно множество от диагнози;

$T = \{t_1, t_2, \dots, t_n\}$ - експертно зададен тест с въпроси t_i , $i = 1 \dots n$;

L_i , $i = 1 \dots n$ - дискретна или непрекъснатата скала от отговори на t_i -тия въпрос;

$R = \{r_1, r_2, \dots, r_m\}$ - отговори $r_i \in L_i$ на въпросите t_i , на теста T , получени в резултат на анкетиране на $x \in X$.

Тогава, задачата за ПД може да бъде формулирана по следния начин:

За всеки анкетиран $x \in X$ да се определи диагнозата $d \in D$, на основата на резултатите от теста T , ако отговорите r_i на въпросите t_i са избрани от скалата L_i .

Без да противоречим на реалната практика, допускаме, че:

- всяка диагноза от терм - множеството на изследваната ЛП

<диагноза> се задава лингвистично;

- анкетираният избира отговора r_i на въпроса t_i от скалата L_i , представляваща интервал $[0, 1]$, или линейна наредба (l_1, l_2, \dots, l_n) .

Разглеждаме декартовото произведение \tilde{T} на размитите въпроси t_i :

$$\tilde{T} = t_1 \times t_2 \times \dots \times t_n$$

\tilde{T} представлява многомерно разрито множество върху множеството на анкетираните с функция на принадлежност (ФП):

$$\mu: X \rightarrow L_1 \times L_2 \times \dots \times L_n$$

и е хетерогенно РМ в общия случай и хомогенно при условие, че $L_1 = L_2 = \dots = L_n$.

Допускаме, че в резултат на обработка на експертно мнение може да се определи число $\tau_i \in [0, 1]$, представляващо количествена оценка на експертно мнение за влиянието на въпроса t_i върху диагнозата $d \in D$. За всяка диагноза $d \in D$, векторът $(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n)$ може да се разглежда като векторнозначна степен за принадлежност към многомерното РМ T .

От друга страна, векторът (r_1, r_2, \dots, r_n) от отговори $r_i \in L_i$ на анкетирания $x \in X$ на въпросите t_i от теста T представлява субективна мяра за това, доколко x съответства на изследваната ЛП, смисълът на която се формализира чрез \tilde{T} .

В общият случай векторът (r_1, r_2, \dots, r_n) може да съдържа отговори от различни скали, както числови - $[0, 1]$, така и лингвистични. За всяка лингвистична скала L_i задаваме експертно функцията:

$$\varphi_i: L_i \rightarrow [0,1]$$

чрез което установяваме еднозначно съответствие между множествата $L_1 \times L_2 \times \dots \times L_n$ и $[0,1]^n$. По такъв начин, всеки отговор $r_i \in L_i$ можем да преобразуваме в $\sigma_i \in [0, 1]$. Формално, преобразуваният вектор от отговори $(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n)$ може да се разглежда като векторнозначна степен на принадлежност на x към \tilde{T}

В резултат, за всяка диагноза и за всеки анкетиран получаваме експертно зададена или субективно определена степен на принадлежност към \tilde{T} , т.е. получихме представяне на анкетирания и диагнозите като елементи на едно и също множество \tilde{T} -декартовото произведение на размитите въпроси.

Интуитивно е ясно, че близостта на анкетирания към диагнозата може да се използва за определяне на неговата диагноза. По такъв начин задачата за определяне на диагнозата на анкетирания се свежда до оценка на близостта между два елемента x и d , дефинирани чрез степените си на принадлежност към едно и също РМ.

Като мяра за близост между два елемента x и d в \tilde{T} можем да използваме:

$$\delta(x, d) = \frac{1}{n} (|\tau_1 - \sigma_1| + |\tau_2 - \sigma_2| + \dots + |\tau_n - \sigma_n|),$$

а диагнозата на анкетирания може да се определи от:

$$\min(\delta(x, d_1), \delta(x, d_2), \dots, \delta(x, d_n)), d_i \in D$$

Поради голямата степен на общност, предложените модели могат да се използват за решение на широк клас задачи за педагогическа диагностика и дават възможност за адекватна интерпретация на резултатите от анкетиране. Използването на скали, различни от бинарната, повишава адекватността на модела и

позволява на анкетираните по-лесно да оценят съвместимостта си с качествените признаци, предмет на оценка в теста. Независимо от сложната математическа обосновка, методите лесно могат да се приложат в практиката. Допускат и компютърна реализация, поради което работата по интерпретация на резултатите може да се автоматизира. Съществен момент е експертното задаване на функциите за принадлежност и операцията за свиване. Лошият им подбор може да доведе до грешни резултати.

3.6. Архитектура на размита система за оценка на тестове в педагогическата диагностика

Ръчната обработка на резултати от тестиране е рутинна работа, свързана с грешки и изискваща много време. Автоматизацията на процеса е свързана с редица предимства, някои от които са следните:

- избавя потребителя от необходимостта да се запознава с метода за обработка на резултатите, особено в случая, когато той не е специалист в областта на статистическа обработка на данни;

- опростява работата по обработка на резултатите от анкетиране;

- значително съкращава времето за получаване на резултатите;

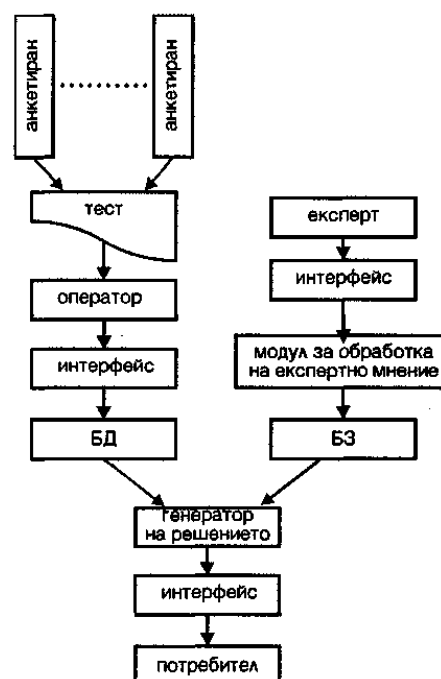
- значително намалява вероятността от допускане на грешки и получаване на грешни резултати;

- позволява включване на допълнителни методи за статистическа обработка на резултатите от анкетиране.

Въпреки наличието на много автоматизирани системи за статистическа обработка на данни, в литературата липсват примери за разработки, използващи размити механизми за формализация на

задачата за оценка на резултатите от тестирането. Основна причина за това е трудността при практическата реализация на експертни и основани на знания системи, използващи знанията и опита на специалисти от различни научни и практически направления за решаване на задачи в дадена предметна област.

На фиг. 3.1. е дадена примерна архитектура на система за интерпретация на резултатите от критериално ориентираното тестване. Независимо от приликата с експертните системи, системата не е експертна, а основана на знания, поради алгоритмичния извод на резултатите. Предназначението на системата е да интерпретира резултатите от проведен тест на основата на отговорите на анкетираните и знанията на експертите. Може да се ползва от лице или организация, извършващо анализ на педагогическата дейност.



Фиг. 3.1. Архитектура на размита система за педагогическа диагностика

Предназначението на основните структурни елементи е следното:

Базата данни [БД] отразява текущото състояние на предметната област. В нея, директно от анкетираните, или чрез посредничеството на оператор се въвеждат идентификационни данни за анкетираните и отговорите r_{ij} на въпросите t_i от теста T . В случай, че системата предвижда статистическа обработка на резултатите, е необходимо БД да се попълни със социологически, образователни, професионални, медицински и др. показатели за анкетираните. За създаване на БД може да се използва готова СУБД, стига да е известна структурата на файловете, които тя поддържа. За предпазване от грешки е необходим стриктен контрол на входа. Добре оформеният потребителски интерфейс би облекчил работата по въвеждането на данните.

Базата знания [БЗ] отразява формализираните знания и опит на експертите за решаване на задачи от разглеждания клас. Попълването и е най-трудоемката работа при създаване на системи от разглеждания клас. Основно нейно съдържание са функциите за принадлежност [ФП] на всеки въпрос от теста, които могат да бъдат зададени графично, таблично или аналитично на основа на експертното знание. Може да се включи модул за построяване на ФП, като се използват знания на един или група експерти. За улеснение на експерта, в БЗ може да се включи и модул за идентификация на операцията за свиване.

Генераторът на решението [ГР] има за цел да определи диагнозата $d \in D$ на всеки анкетиран, на основата на отговорите му на въпросите от теста в БД и знанията, съдържащи се в БЗ. Той извършва следното:

1. Проверява коректността на данните в БД.
2. За всеки анкетиран пресмята многомерната му степен на принадлежност към декартовото произведение на

размитите въпроси, като използва зададените в БЗ функции на принадлежност.

3. На основата на избраната операция за свиване пресмята степените на принадлежност на анкетираните към РМ \tilde{T} .
4. Определя диагнозата на всеки анкетиран, която извежда в удобен за потребителя вид.
5. При необходимост извършва допълнителна статистическа обработка на получените резултати, анализи и др., които извежда в текстови, табличен или графичен вид..

За правилно функциониране на системата е необходима следната последователност от действия:

1. Попълване на БЗ чрез консултации с експерт. Включва определяне на тест, задаване на ФП за всеки въпрос и избор на операция за свиване.
2. Попълване на БД с данни и отговори на анкетираните.
3. Генериране на решение.
4. Извод на резултатите.

В процеса на тестване на системата се анализират получените резултати и съответствието им на експертните нагласи. При установени различия може да се промени вида на ФП или операцията за свиване.

Независимо от ясната структура, съдържание и функциониране на системи от разглеждания клас, разработката им е свързана с използване на сложни механизми за формализация, анализ на различни видове размитости, продължително проектиране и програмиране, както и съгласуване на работата на специалисти от различни области.

4. ТЕХНИЧЕСКА ДИАГНОСТИКА И РАЗМИТИ МНОЖЕСТВА

4.1. Диагностични системи и задачи

Ефективното използване на всяка техническа система е невъзможно без средствата за поддържане на нейната работоспособност. При по-прости системи този въпрос се решава чрез ръчно поддържане, като опитен работник открива и отстранява причината за неизправността.

Съвременните тенденции към усложняване на техническите системи и внедряването на изчислителната техника доведоха до автоматизация на процеса на поддържане и използване на системи за диагностика.

Основна цел на **техническата диагностика**⁸ е ефективната организация на процесите за определяне на неизправностите в системи с голяма сложност и високи изисквания към надеждността на функциониране.

Въвеждането на системите за диагностика има следните предимства:

- многократно се съкращава времето за проверка и ремонт;
- намалява се броят на необходимия висококвалифициран технически персонал;
- намалява се времето за престой на неработоспособния обект;
- увеличава се броят на контролираните параметри;
- повишава се технологичната и експлоатационна

⁸ Маринов Ю. Системи и устройства за разпознаване на сигнали и диагностични устройства. С, Техника, 1980

надеждност на обекта чрез регистриране на слабите възли;

- намалява се броят на контролно-диагностичните апаратури.

Техническата диагностика е свързана с определяне моментното състояние на техническата система, която представлява обект на диагностиката. В резултат на диагностицирането се взема решение за начина на възстановяване работоспособността на обекта, например чрез замяна или ремонт на неизправната част, чрез включване на резервен блок и др.

Обектите на диагностиката трябва да отговарят на следните изисквания:

- да се намират в поне две взаимно изключващи се и различни състояния;
- да може да се разчлени на компоненти, всеки от които също да има различни състояния;

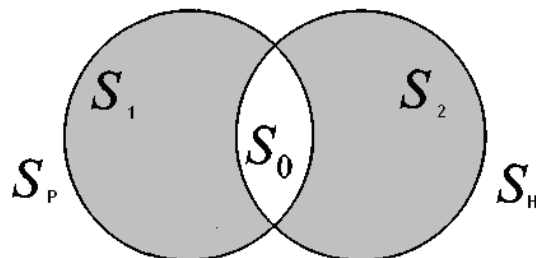
Компонента може да бъде блок, модул, елемент, т.е. такава част от системата, която изпълнява определени функции.

Всеки обект на диагностиката се описва със съвкупност от основни и второстепенни параметри. Основните характеризират изпълнението на основните функции, за реализацията на които е създадена системата. Второстепенните параметри характеризират някои по несъществени за функционирането на системата страни, например удобство за експлоатация, външен вид, нагряване, шум и др. Постепенните или скокообразни количествени изменения на параметрите вследствие на необратими физико- - химични изменения в материала, от който са направени както компонентите, така и връзките, се възприемат като изменения на състоянието на обекта.

Състоянието на обекта е **изправно**, ако всички параметри се намират в зададени граници. Излизането на един параметър извън допустимите граници се определя като неизправност на обекта.

Състоянието на обекта се определя като работоспособно, ако всички основни параметри са в допустимите граници. Излизането на един основен параметър от допустимите граници означава, че обектът е в състояние на отказ.

Работоспособният обект може да бъде както изправен, така и неизправен. Изправният обект обаче е винаги работоспособен. По същия начин неизправният обект може да бъде работоспособен или в състояние на отказ, но отказалият обект е винаги неизправен. Съотношенията между различните състояния могат да се онагледят, ако се приеме, че обектът има крайно множество от състояния S , подмножеството на работоспособните състояния S_p и подмножеството на неизправните състояния S_n чрез следната фигура:



Фиг. 4.1. Неизправности в техническите системи

Тогава подмножеството $S_0 = S_p \cap S_n$ ще включва неизправните, но работоспособни състояния, подмножеството $S_1 = S_p \setminus S_0$ - изправните състояния, а подмножеството $S_2 = S_n \setminus S_0$ - състоянията на отказ. Всяко събитие в S_p съответства на различна степен на работоспособността на обекта. Анализът на състоянията в S_p позволява да се предскаже моментът на настъпване на отказ.

Анализът на състоянията в S_H дава възможност да се локализира настъпилата неизправност и е задача на диагностиката. Отнасянето на изследваното състояние към едно от подмножествата S_1 , S_H представлява решение задачата на контрола. В много случаи тази задача се заменя с по-простата задача за проверка работоспособността на обекта т.е. с отнасянето на състоянието към едно от подмножествата S_p , S_2 , при което се изследват само основните параметри на обекта. Още по-проста е задачата за проверка правилността на функционирането на обекта, при която изследваното състояние трябва да се отнесе или изключи от съвкупността от подмножествата на S_H , съответстващи на възможните за дадения момент и режим на работа на обекта неизправности.

При всички разновидности на диагностичната задача се извършва различаване на взаимно изключващи се две или повече състояния, което е необходимо условие за еднозначно решение. Тъй като за експлоатацията най-голямо значение има поддържането на нейната работоспособност, най-често се поставя задачата за различаване на състоянията в подмножествата S_p и S_2 , т.е. на състоянията на работоспособност и отказ.

Разделянето на състоянията на подмножества се основава на приети допуски за параметрите на обекта и е до голяма степен условно.

Параметрите на обекта, над които е установен контрол и които носят информация за състоянието на обекта се наричат **диагностични параметри**. Обектът на диагностика се характеризира от:

- множеството на входните величини X ;
- множеството A на вътрешните параметри на гравивните

елементи на обекта;

- множеството N на шумовете, представляващи входни въздействия със случаен характер;
- множеството Y на изходните величини, което се състои от параметри, характеризиращи състоянието на обекта, изменящи се под влияние на изменението на външните въздействия, шумовете и вътрешните параметри на обекта и въздействащи на други обекти.

Сложен диагностичен обект се нарича този, който се характеризира с големи мощности на множествата на величините X , Y , A и на състоянията S , със сложна функционална зависимост между параметрите, с липса на блокова структура и с недостатъчна първоначална информация за състоянието на обекта.

Съвкупността от диагностични параметри трябва да отговаря на следните условия:

- 1) да съдържа информация за всички неизправности;
- 1) да бъде най - информативна, т.е. да включва елементи на Y и A , които са най - чувствителни към изменението на състоянието;
- 2) да съдържа по възможност неголям брой параметри;
- 3) параметрите да бъдат лесно достъпни и контролирането им да не нарушава нормалната работа на обекта;
- 4) загубите на средства и времето за измерване на параметрите да бъдат минимални.

Въз основа на избраната съвкупност от диагностични параметри се изгражда диагностичният алгоритъм. Той представлява точно описание на вида и реда на изпълнение на операциите по обработка на получената информация с цел идентифициране на състоянието на обекта. Диагностичният

алгоритъм определя структурата и действието на системата за диагностика, която е предназначена за неговото автоматично реализиране.

4.2. Приложимост на теорията на размитите множества за моделиране на задачи за техническа диагностика

Изследване на зависимостта между състоянията и диагностичните параметри на повечето обекти с непрекъснато действие показват, че в много случай класовете от състояния не могат да бъдат рязко разграничени. Причина за това е липсата, от една страна на строг физически критерий за принадлежност на отделно състояние към един единствен клас, особено, що се отнася до състоянията на неизправния, но работоспособен обект. От друга страна, случайният фактор, обусловен от неустойчивостта на външната среда и вътрешната природа на обекта, води до изкривяване на описанията на състоянията. Ето защо в такъв случай е целесъобразно да се използва теорията на размитите множества, въз основа на която могат да се изградят ефективни алгоритми за разпознаване на класа на състоянието.

4.2. Размит модел за техническа диагностика на сложни системи

За да дадем формален модел на задачата, допускаме, че:

1. Всички неизправности могат да се разбият в класове със сходна симптоматика.
2. Всяка неизправност от даден клас може еднозначно да се определи чрез краен брой симптоми.

Направените допускания не противоречат на практиката.

Нека $P = (p_1, p_2, \dots, p_n)$ е клас неизправности, свързани с даден обект на диагностика, а $S = (s_1, s_2, \dots, s_k)$ са симптомите, свързани с този клас.

Тогава неформално задачата за диагностика може да се формулира по следния начин:

От класа неизправности P да се определи най-вероятната, при условие, че се наблюдават симптомите s_1, s_2, \dots, s_k .

Нека $\tilde{S} = s_1 \times s_2 \times \dots \times s_k$ е декартово произведение на възможните симптоми, свързани с разглеждания клас неизправности.

Да предположим, че в резултат на обработката на експертното мнение за всяка неизправност $p_i \in P$ може да се зададе вектор:

$$(t_{i1}, t_{i2}, \dots, t_{ik}), t_{ij} \in [0, 1], j = 1 \dots k,$$

с елементи t_{ij} , отразяващи мнението на техническия експерт за влиянието на симптома s_j върху неизправността $p_i \in P$.

Формално, векторът $(t_{i1}, t_{i2}, \dots, t_{ik})$, може да се разглежда като векторно-значна степен за принадлежност към многомерното РМ на симптомите s_j .

Въведените вектори са теглови коефициенти за всяка неизправност $p_i \in P$ и ще ги наричаме еталон на неизправността.

Нека в процеса на функциониране да е възникнала неизправност x . В резултат на измервания, наблюдения и експертни съображения, за неизправността x може да се зададе вектор

$$(f_1, f_2, \dots, f_k), f_j \in [0, 1], j = 1 \dots k,$$

където f_j отразява субективното мнение на техническото лице за проявата на симптома s_j в конкретната ситуация. Допускайки отговорите на техническото лице да са в интервала $[0, 1]$, ние му

позволяваме да прояви известна неувереност при констатацията на някой от симптомите.

Векторът (f_1, f_2, \dots, f_k) представлява степен на принадлежност към РМ \tilde{S} (множеството на размитите симптоми).

В резултат на реалната ситуация x и неизправностите $p_i \in P$ са дефинирани върху едно и също разрито множество \tilde{S} , чрез степените си на принадлежност към него.

Интуитивно е ясно, че разстоянието между текущата неизправност x и еталоните може да се използва за избор на най-вероятната неизправност. По такъв начин задачата на диагностиката се свежда до намиране на минималното разстояние от x до $p_i \in P$.

За целта е необходимо да се въведе разстояние в размитото множество \tilde{S} . Можем да използваме:

$$d(x, p_i) = \sum_{j=1}^k |t_{i_j} - f_j|$$

Може да се покаже, че така въведената мяра е разстояние и отговаря на изискванията за неотрицателност, симетричност и транзитивност.

От казаното дотук следва, че най-вероятната неизправност може да се определи от:

$$\min_i d(x, p_i) = \min(d(x, p_1), d(x, p_2), \dots, d(x, p_n))$$

Предложеният метод за диагностика на неизправности в техническите системи е удобен за алгоритмизация и програмна реализация и дава възможност за ускоряване на процеса на диагностика и откриване на неизправности. Съществен момент е определяне вида на ФП и задаването на теглата на критериите в еталоните, което се извършва чрез обработка на експертно мнение.

ЛИТЕРАТУРА

1. Абаев Л.Ч. Проблемы преобразования "качественных показателей в "количественные". Общественный семинар "Экспертные оценки и анализ данных", 2003
http://www.ipu.rssi.ru/semin/so_novik.htm

2. Аверкин А. Н. Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта. Москва, Наука, 1986

3. Алтунин А.Е., Семухин М.В. Модели и алгоритмы принятия решений в нечетких условиях: Монография. Тюмень: Издательство Тюменского государственного университета, 2000.

4. Белман Р., Заде Л. Принятие решений в размытых условиях. /Вопросы анализа и процедуры принятия решений. Сб. переводов под ред. И.Ф.Шахнова. Москва, Мир, 1976

5. Болдырев М. Решение задач с применением нечеткой логики. http://www.tora-centre.ru/fuzzy/fuzi_i.htm

6. Борисов А. Н. и др. Обработка нечеткой информации в системах принятия решений. Москва, Радио и связь, 1989.

7. Букин М. Экспертная оценка профессиональной пригодности банковского персонала. http://www.executive.ru/print/tests/testarticles/article_1122/, 2001

8. Дьяконов В.,Круглов В. Математические пакеты расширения MATLAB. Санкт Петербург, Питер, 2001

9. Дюбоа Д., Прад А. Теория возможностей. Москва, Радио и связь, 1990

10. Заде Л. А. Основы нового подхода к анализу сложных систем и процессов принятия решений. В кн. Математика сегодня. Москва, Знание, 1974

11. Заде Л. А. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. Москва, Мир, 1976

12. Змитрович А.И. Интеллектуальные информационные системы. НТООО "ТетраСистемс", Минск, 1997

13. Ларичев О. Разработка нечетких систем. Практические аспекты. Москва, Наука, 1990
14. Масалович А. Нечеткая логика в бизнесе и финансах. http://www.tora-centre.ru/fuzzy/fuzi_i.htm
15. Масалович А. Нечеткая логика: на гребне “третьей волны”. http://www.tora-centre.ru/fuzzy/fuzi_i.htm
16. Масалович А. Встречайте инфанта! Нечеткая логика в арсенале Toshiba. http://www.tora-centre.ru/fuzzy/fuzi_i.htm
17. Масалович А. Этот нечеткий, нечеткий мир. http://www.tora-centre.ru/fuzzy/fuzi_i.htm
18. Недосекин А. О. Нечетко-множественный анализ риска фондовых инвестиций. Санкт Петербург, Сезам, 2002
19. Нечеткие множества в системах управления. /Под ред. Ю.Н.Золотухина. Курс лекции в Новосибирском Государственном Университете, 2000. <http://www.idisys.iae.nsk>
20. Нечеткие множества и теория возможностей. Последние достижения. /Под ред. Р. Р. Ягера. Москва, Радио и связь, 1986.
21. Пастухов Е. Четкий прогноз при нечетком подходе. <http://www.bdm.ru/arhiv/1998/06/54-55.htm>
22. Педагогическа диагностика. /под редакцията на Бижков Г. София, Народна просвета, 1988
23. Пенева В. Г., Попчев И. П. Размити числа в системите за вземане на решение. Математика и математическо образование, 1996
24. Стоянова Ф. Приложение на теорията на размитите множества в областта на критериално – ориентираното тестиране. Българско списание по психология, № 1, 1992.
25. Харитонов В. А., Харитонов Е. В. Особенности применения новых способов преобразования субъективных данных. 2000, <http://www.smolensk.ru/user/sgma/MMORPH/N-6-html/HARITONOV-1/haritonov-1.htm>
26. Шапиро Д. И. Принятие решений в системах организационного управления : использование расплывчатых категорий. Москва, Энергоатомиздат, 1983.

27. Яхъяева Г. Э. Основы теории нечетких множеств <http://www.intuit.ru/department/ds/fuzzysets/>
28. Dubois D., Grabisch M., Prade H., Smets P. Using the transferable belief model and a qualitative possibility theory approach on an illustrative example: the assessment of the value of a candidate. 2000, <http://iridia.ulb.ac.be/~psmets/SelCandiFusion.pdf>
29. Fu A., Wong M., Sze S., Wong W. C. , Wong W. L., Yu W. Finding Fuzzy Sets for the Mining of Fuzzy Association Rules for Numerical Attributes. Department of Computer Science and Enggineering. The Chinese University of Hong Kong, 2001
30. King P.J., Mamdani E. H. The Applications of Fuzzy Control Systems to Industrial Processes, *Automatica* 13 (1977)
31. Kosko B. *Fuzzy Thinking*. Hyperion, 1993
32. Kosko B. Fuzzy Systems as Universal Approximators. *IEEE Transactions on Computers*, vol. 43, no. 11, pp. 1329-1333, November 1994; <http://sipi.usc.edu/~kosko/>
33. Mamdani E. H., Assilian S. An Experiment in Linguistic Synthesis with a Fuzzy Logic Controller. *Int.J. Man-Machine Studies*, 7, 1975. http://www.fuzzy-logic.com/FirstFL_p1.pdf
34. Meier W., Weber R., Zimmermann H.J. Fuzzy data analysis – Methods and industrial applications. *Fuzzy sets and systems*, v61, № 1, January 10, 1994
35. *New Direction: 2000. BISC Research Projects. Electrical Engineering and Computer Sciences Department* <http://www-bisc.cs.berkeley.edu>
36. Smets P. The Transferable Belief Model for Quantified Belief Representation. *Handbook of defeasible reasoning uncertainty management systems*. Vol. 1, Kluwer, Doooordrecht, 1998
37. *The Berkeley Initiative in Soft Computing. BISC Research Projects. Electrical Engineering and Computer Sciences Department.* <http://www-bisc.cs.berkeley.edu/BISCProgram/CTPZadeh.pdf>
38. Zadeh L .A. Fuzzy Sets. In: *Information and Control*, № 8, 1965

39. Zadeh L. A. *Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes*. *IEEE Transactoin on System, Man and Cybernetics*, 1973

40. Zadeh L .A. *The concept of a Linguistic Variable and its Applications to Approximate Reasoning*. *Information Sciences*, 8, 9, 1975

41. *What's New in Fuzzy Logic 2?* <http://www.wolfram.com>

РАЗМИТИ МНОЖЕСТВА. ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА

ISBN 978 - 954 - 9681 - 33 - 8

Автор: Маргарита Владимирова Василева

Рецензенти: доц. д-р инж. Иван Кръстев Цонев
доц. д-р инж. Стоянка Колева Моллова

Националност българска

Първо издание

Формат 60x90/16

Печатни коли

Издателски коли

Тираж 150