METACOGNITIVE MODEL IN STEM MATHEMATICS EDUCATION: AN INTEGRATED ANALYSIS OF ENGINEERING DESIGN AS AN EDUCATIONAL TOOL

DANIELA I. LAZAROVA

ABSTRACT: *This study examines the integrated analysis of engineering design as an effective educational tool in the context of STEM education and contemporary mathematics teaching. The main objective is to present a model for integrating mathematical, physical, engineering, and technological knowledge through the solution of a practically oriented problem related to the design and modelling of an asymmetric roof structure.*

The study demonstrates the possibilities for the integrated application of geometry and trigonometry in determining structural parameters, as well as fundamental physical and engineering principles in analysing loads, forces, and structural stability. Particular attention is paid to the effects of asymmetry, gravitational and climatic loads, and the need for appropriate structural solutions to ensure the stability and reliability of the construction.

KEYWORDS: *STEM education, engineering design, metacognition, mathematical modelling, geometry, trigonometry, statics, 3D modelling, 3D prototyping, systems thinking.*

DOI: https://doi.org/10.46687/EJIS2348

МЕТАКОГНИТИВЕН МОДЕЛ В STEM ОБУЧЕНИЕТО ПО МАТЕМАТИКА: ИНТЕГРИРАН АНАЛИЗ НА ИНЖЕНЕРНОТО ПРОЕКТИРАНЕ КАТО ОБРАЗОВАТЕЛЕН ИНСТРУМЕНТ[*]

ДАНИЕЛА И. ЛАЗАРОВА

АБСТРАКТ: *Настоящата разработка разглежда интегрирания анализ на инженерното проектиране като ефективен образователен инструмент в контекста на STEM обучението и съвременното математическо образование. Основната цел е да се представи модел за интегриране на математически, физически, инженерни и технологични знания чрез решаването на практически ориентирана задача, свързана с проектирането и моделирането на асиметрична покривна конструкция. Разработката демонстрира възможностите за интегрирано приложение на геометрията и тригонометрията при определяне на конструктивни параметри, както и на основни физични и инженерни принципи при анализ на натоварванията, силите и устойчивостта на конструкцията. Особено внимание се отделя на влиянието на асиметрията, гравитационните и климатичните натоварвания и необходимостта от подходящи конструктивни решения за осигуряване на стабилност.*

1. Въведение

STEM обучението (наука, технологии, инженерство и математика) заема все по-голямо място в съвременния свят, като по този начин учениците са по-подготвени за бъдещето. В този контекст ключова роля играе метакогнитивния модел, тъй като той поставя акцент не само върху усвояването на знания, но и върху развитието на знания,

[*] The article is partially supported by the projects RD-08-117/05.02.2026 of the Konstantin Preslavski University of Shumen Research Fund and BG05SFPR001-3.004-0021-C01 – IntegrITy

отношение и опитност, приложими в реалния свят. Метакогнитивният модел в STEM обучението се отличава от традиционните и други съвременни педагогически подходи с това, че поставя акцент не само върху усвояването на знания и умения, но и върху осъзнаването, планирането, наблюдението и регулирането на собствената познавателна дейност от учениците. В сферата на STEM обучението това означава, че учениците не просто наизустяват теоретична информация, а я използват за решаване на реални задачи чрез прилагане на научни методи, инженерно мислене и технологични решения.

При преподаването на геометрията преминаването от чертеж към пространствена представа често е съществено познавателно затруднение. Ортогоналната проекция изисква ученикът да съотнесе пространствен обект, перпендикуляр и неговото изображение в равнина или върху права. Формалното въвеждане на определението не гарантира, че ученикът може да разпознае проекцията в реална конструкция. Тъкмо това затруднение е наблюдавано при изучаването на „Метрични зависимости в правоъгълен триъгълник“ в IX клас. За да се осигури предметен контекст, е създадена задача за проектиране на двускатен покрив с различни дължини на скатовете и прав ъгъл при върха.

Технологичният компонент включва използването на CAD моделиране и 3D прототипиране, които осигуряват преход от абстрактния математически модел към реален физически обект. Създаването на дигитален модел и неговата материализация чрез 3D печат предоставят възможност за експериментална проверка, откриване на конструктивни проблеми и усъвършенстване на проектното решение.

Очакваните образователни резултати са свързани с развитие на системно и критично мислене, умения за решаване на комплексни проблеми, метакогнитивна саморегулация, пространствено мислене и способност за прилагане на знания от различни научни области. Инженерното проектиране се разглежда не само като практически метод за конструиране на технически обекти, но и като мощен педагогически инструмент за осъществяване на връзка между теорията и практиката.

Интеграцията на STEM дисциплините тук не е само тематично съчетаване: математиката определя размерите, дигиталното моделиране превръща зависимостите в геометричен обект, а прототипирането прави допусканията и грешките видими. Изследователският интерес е насочен и към решенията, които учениците вземат по време на тази последователност, както и към потенциала на задачата да провокира метакогнитивни действия.

Предложеният интегриран подход утвърждава СТЕМ обучението като образователна среда, в която математическите знания придобиват практически смисъл чрез реални инженерни задачи. Крайният резултат е не просто създаването на технически модел или прототип, а развитието на способност за осъзнато планиране, анализ, проверка и оптимизиране на решения в условията на комплексни интердисциплинарни проблеми.

2. Теоретична рамка

Метапознанието се разглежда като осъзнаване и регулиране на собствените познавателни процеси. Класическата постановка на Flavell [1] поставя акцент върху знанието за собственото познание, а моделите за саморегулирано учене подчертават цикличната връзка между поставяне на цели, наблюдение на изпълнението и оценяване на резултата [2]. За целите на настоящия анализ се използват четири взаимосвързани процеса: планиране, мониторинг, контрол и рефлексия. Те служат като аналитична рамка, а не като предварително валидирана измервателна скала.

Проектно базираното обучение предоставя ситуация, в която знанията се използват за създаване на проверим продукт [3]. Инженерното проектиране въвежда ограничения,

избор между варианти и необходимост от ревизия. Предходна публикация на Харизанов и Лазарова [4] разглежда компетентностния подход в STEM образованието; настоящият текст го конкретизира чрез действително реализирана математическа задача и анализ на действията на учениците.

3. Цел и работна хипотеза

Целта е да се опише и анализира приложението на STEM проект за осмисляне на ортогоналната проекция и да се изведат наблюдаеми възможности за метакогнитивна регулация в процеса на инженерно моделиране. Работната хипотеза е, че участието в проектна задача, изискваща математическо моделиране, дигитално конструиране и физическо прототипиране, създава условия за по-задълбочено осмисляне на понятието и за активиране на планиране, мониторинг, контрол и рефлексия. Хипотезата има ориентиращ характер.

4. Методология

В проекта участват 26 ученици от IX клас на ППМГ „Нанчо Попович“ – Шумен; на възраст 16 години. Реализацията обхваща един месец и общо 12 учебни часа. Използвани са педагогическо наблюдение, анализ на дигиталните и физическите ученически продукти и ученическа самооценка. Представените материали не съдържат индивидуални протоколи, количествени резултати от самооценката или предварително определени критерии за оценяване. Затова изследването е представено като описателен педагогически случай, без претенции за причинно доказателство или статистическа представителност.

Единици на анализ са: изборът на математически зависимости; съгласуването на размери при цифровото моделиране; откриването и коригирането на несъответствия; и аргументирането на крайния продукт. За бъдещо повторение е целесъобразно тези действия да се документират чрез наблюдателна карта и кратък рефлексивен дневник.

5. Математически модел на покривната конструкция

Техническото задание изисква моделиране на двускатен дървен покрив с прав ъгъл при билото и нееднакви скатове. Напречното сечение може да се идеализира като правоъгълен триъгълник с катети a и b (дължини по двата ската) и хипотенуза c (обща хоризонтална широчина между опорните точки). Височината h от правия ъгъл към хипотенузата разделя c на ортогонални проекции p и q. При тази идеализация са валидни:

(1) $a^2 + b^2 = c^2$;
(2) $p + q = c$;
(3) $a^2 = cp$;
(4) $b^2 = cq$;
(5) $h^2 = pq$ и
(6) $h = ab/c$.

Така ортогоналната проекция се превръща от формален термин в конкретно измеримо разстояние.

Ако L е дължината на покрива по билото, площите на двата идеализирани правоъгълни ската са

(7) $S_1 = aL$ и
(8) $S_2 = bL$.

Тези зависимости могат да се използват за ориентировъчна количествена сметка на покривно покритие, но реалното оразмеряване изисква отчитане на стрехи, припокривания, технологични загуби и конструктивни изисквания.

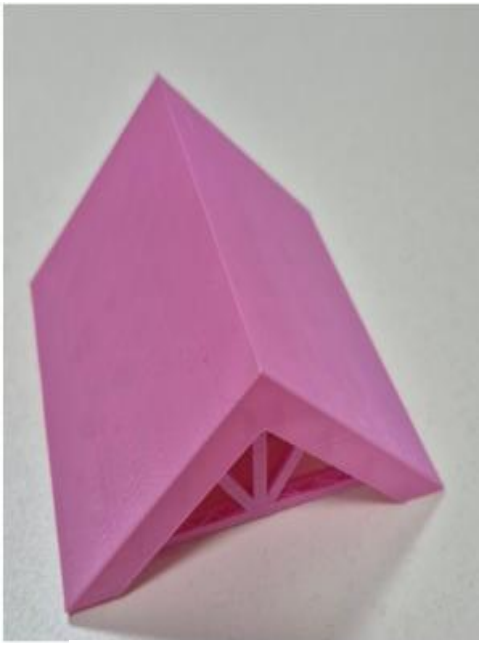
6. Реализация на STEM проекта

Проектната последователност започва с обсъждане на геометричния проблем и анализ на техническото задание. Учениците трябва да определят размерите на напречното сечение, да използват Питагоровата теорема и метричните зависимости в правоъгълен триъгълник и да обосноват разположението на ортогоналните проекции. Следва мащабиране и създаване на дигитален модел в Tinkercad. Финалната фаза включва подготовка и 3D отпечатване на модели.



Фигура 1 Работен етап от 3D отпечатване на модела

Снимките от представянето на проекта документират реални отпечатани покривни конструкции, включително модели с видими подпори и различно качество на изпълнение. Този факт е педагогически значим: несъвършеният продукт не е само технически неуспех, а възможност за анализ на допусканията, размерите и решенията при проектиране. Презентацията, използвана в урока, разширява контекста с гравитационни и климатични въздействия, алгоритъм за приблизително определяне на дървени материали и конструктивни варианти. Тези теми обогатяват постановката, но централната математическа цел остава осмислянето на проекцията.





Фигура 2 Финален етап от 3D отпечатване на модела

7. Метакогнитивна интерпретация

Таблица 1

Метакогнитивна регулация в STEM проекта

Етап	Действия на учениците
Планиране	Какъв модел трябва да създадем? Какви данни са ни необходими?
Мониторинг	Правилно ли прилагаме математическия модел?
Контрол	Полученият модел съответства ли на зададените параметри?
Рефлексия	Какво се получи? Какво трябва да променим?

7.1. Наблюдаеми индикатори за метакогнитивни действия

За да се премине от обща интерпретация към проследим педагогически анализ, всяка метакогнитивна категория може да се свърже с конкретни действия.

При планирането индикатори са записването на входните данни, изборът на мащаб и предвиждането на етапи.

При мониторинга — периодичното сверяване на числените изчисления с размерите в цифровия модел.

При контрола — мотивираната промяна на размер, позиция или конструктивно решение.

При рефлексията — сравняването на прототипа с предварително формулираните критерии и обяснението на причините за отклоненията. Това са предложения за последващо документиране, а не отчетени количествени резултати от проведеното занятие.

7.2. Педагогическа стойност на грешката

Нееднаквото качество на изработените модели създава възможност за анализ на грешката като източник на информация. Например неточна проекция, несъответстваща височина или неправилно позиционирана опора могат да се разгледат чрез последователност от въпроси: Коя зависимост използвах? Къде се появява несъответствието? Каква проверка мога да направя? Кое решение ще променя? Така корекцията на модела се превръща в педагогическа ситуация за аргументиране, а не единствено в техническо поправяне.

Планирането се проявява при определяне на целта, избор на мащаб и последователност на действията. Мониторингът е свързан с текущо сравняване на изчислените размери с цифровата геометрия и с ограниченията на печата. Контролът означава промяна на стратегията при открито несъответствие: корекция на размер, позиция или конструктивен детайл. Рефлексията се отнася до оценката на получения модел и обяснението защо той съответства или не съответства на първоначалния замисъл.

Тези четири категории описват възможни и педагогически очаквани действия. Без систематични индивидуални записи не може да се твърди, че всеки участник е проявил всяка категория в еднаква степен. За по-надеждно следващо изследване могат да се

използват въпроси като: „Как избрах размерите?“, „Как проверих проекцията?“, „Какво промених и защо?“ и „Какво бих направил различно?“.

8. Резултати, обсъждане и ограничения

8.1. Разграничаване на наблюдения, интерпретации и доказателства

Документираните материали позволяват да се установи, че учениците са преминали през задача с математическо пресмятане, цифрово моделиране и прототипиране и че са създадени физически продукти с различно качество. Отчетеният интерес и активност представляват педагогически наблюдения. Интерпретацията, че проектът създава условия за саморегулация, е теоретично обоснована, но не е равнозначна на измерено развитие на метакогнитивни умения. Това разграничение е необходимо за коректността на научния извод.

8.2. Насоки за последващо изследване

При следваща реализация е подходящо да се приложат кратък диагностичен тест за ортогонална проекция преди и след проекта, рубрика за математическа коректност на модела, наблюдателна карта за самостоятелни проверки и рефлексивни въпроси. Съпоставянето на тези източници би позволило по-обосновано описание на индивидуалния напредък. Ако се използва сравнителна група, трябва предварително да се определят условията за съпоставимост и начинът на обработка на данните.

9. Заключение

Реализираният STEM проект демонстрира практически начин за свързване на ортогоналната проекция с измерима инженерна ситуация. Математическият модел организира решението, цифровото конструиране прави зависимостите видими, а 3D прототипирането създава материална основа за проверка и обсъждане. Четирикомпонентната рамка на метакогнитивната регулация позволява проектната дейност да бъде анализирана отвъд крайния продукт. Наблюдаваната ангажираност е окуражаващ педагогически резултат, но не представлява доказателство за измерен ефект върху постиженията. Перспективата е разработване на инструменти за наблюдение, самооценка и сравнение на резултатите при последващо прилагане на модела.

ЛИТЕРАТУРА:

[1] Flavell, J. H. (1979). Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive–developmental inquiry. American Psychologist, 34(10), 906–911.

[2] Zimmerman, B. J. (2002). Becoming a self-regulated learner: An overview. Theory Into Practice, 41(2), 64–70.

[3] Blumenfeld, P. C., Soloway, E., Marx, R. W., Krajcik, J. S., Guzdial, M., & Palincsar, A. (1991). Motivating project-based learning: Sustaining the doing, supporting the learning. Educational Psychologist, 26(3–4), 369–398.

[4] Harizanov, K. V., Lazarova, D. I. (2025). The role of the competency-based approach in STEM education. Annual of Konstantin Preslavsky University of Shumen, Faculty of Mathematics and Informatics, XXVI C, 158–168. https://doi.org/10.46687/ZLBL2847

докторант по проект ИнтегрИТи Даниела Лазарова
ППМГ „Нанчо Попович“, гр. Шумен
ORCID ID: 0009-0003-7647-9337
E-mail: d.lazarova.ppmg@gmail.com, d.lazarova@shu.bg